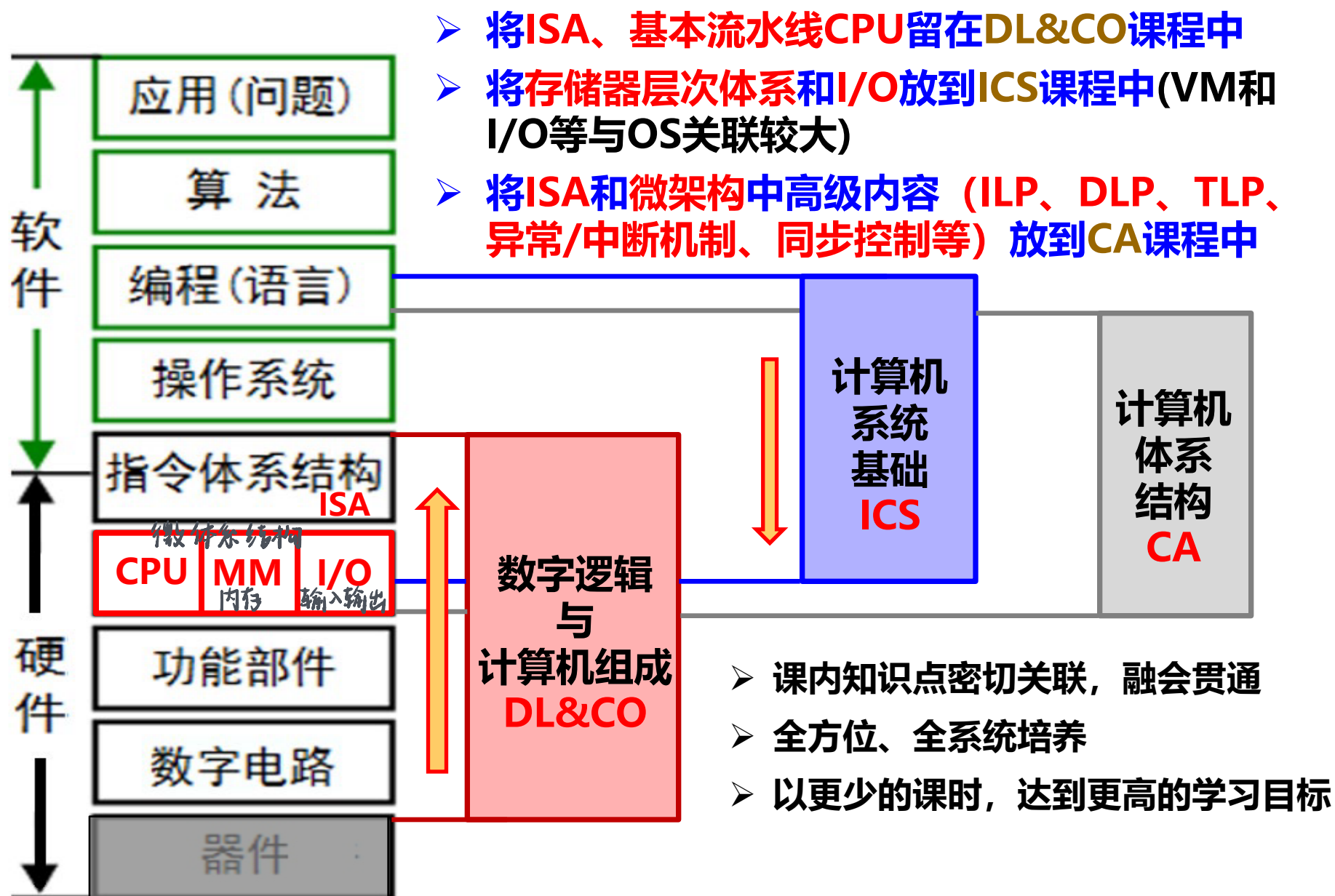
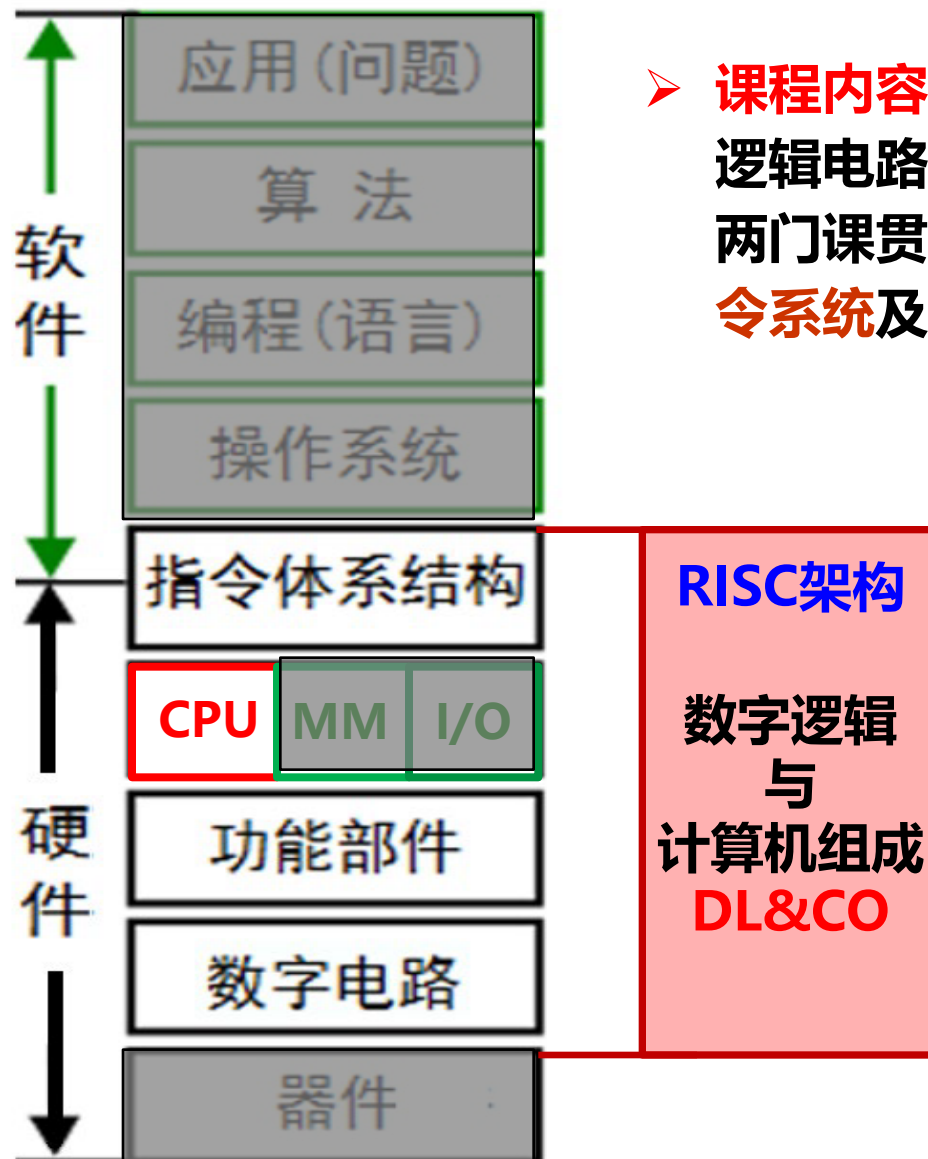


# 学什么——相关课程体系安排



# 本课程“数字逻辑与计算机组成”安排



➤ **课程内容：**将**数据通路和控制器**设计作为数字逻辑电路之后的数字系统设计案例，将传统的两门课贯穿起来；以**RISC-V**为模型机介绍**指令系统**及其**单周期CPU**和**流水线CPU**设计。

➤ **教材内容：**包含传统组原教材中的主要内容（本课程不涉及其中MM和IO等），若不开设ICS课程，也可使用DL&CO教材完成完整知识体系的教学

# 课程基本信息

## ◆ 课程名称 Digital Logic and Computer Organization

### • 数字逻辑与计算机组成

## ◆ 教材:

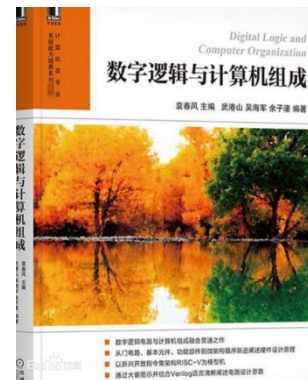
### • 《数字逻辑与计算机组成》，袁春风 武港山 吴海军 余子濠，机械工业出版社

## ◆ 主要参考教材:

- 《数字逻辑与计算机组成习题解答与实验教程》
- 《数字设计和计算机体系结构（原书第2版）》David Money Harris、Sarah. L. Harris 著，陈俊颖 译，机械工业出版社
- 《计算机组成与系统结构（第2版）》袁春风主编，清华大学出版社，2015 年
- 《计算机组成与设计》，袁春风 余子濠，高等教育出版社，2020.10

## ◆ 在线学习

- 中国大学MOOC平台有多门“数字逻辑电路”、“计算机组成原理”
- 本课堂录屏（杨若瑜）
- 超星大视频（袁春风，2011年，计算机组成原理），B站可以观看
- 爱课程中精品资源共享课（袁春风，2015年，计算机组成原理）



# 实验及考核方式 ★★

- ◆ 关于本课程的配套实验，可以先阅读此文：

<https://mp.weixin.qq.com/s/V7QyK2VG7WFtrPTaCLQYFA>

- ◆ 登录并访问课堂

<http://114.212.10.241/classrooms/kiteasnv?code=TWNVY>

- |                |                 |
|----------------|-----------------|
| • 实验1：基本逻辑部件设计 | 实验2：组合逻辑电路设计    |
| • 实验3：同步时序电路设计 | 实验4：加法和ALU设计    |
| • 实验5：取指令部件设计  | 实验6：单周期CPU设计与测试 |

## ◆ 考核方式

- 课后作业、问答等平时成绩：15%
- 六次实验成绩：35%（包括实验验收+报告）
- 期末考试成绩：50%

- ◆ 请加入并关注QQ群——922962775





# 第1章 二进制编码

第一讲 计算机系统概述

第二讲 二进制数的表示

第三讲 数值数据的编码表示

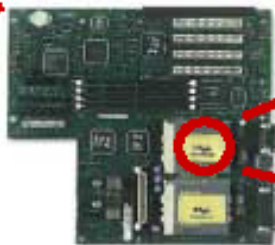
第四讲 非数值数据的编码表示及  
数据的宽度和存储排列

# 解剖一台计算机硬件（逻辑层次）

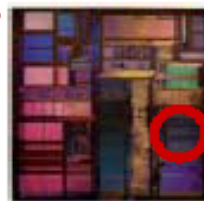


计算机通常包  
括主机和外设

键鼠



主机中包含  
多个电路板

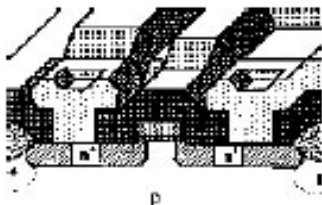


每个电路板中有  
十几个集成电路



每个集成电  
路中有十几  
个模块

每个门电路实现  
基本的逻辑运算

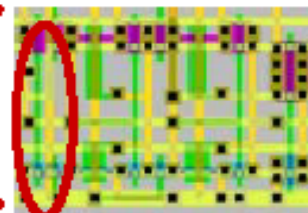


所有信息都  
用二进制编码  
表示并存储



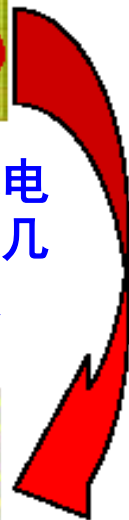
Gate:

每个单元中有  
十几个门电路



Cell:

每个模块中有  
上千万个单元



# 计算机是什么？ 一些关键词

- ◆十进制、二进制
- ◆运算，程序，算法，编程
- ◆存储、存储器

- 寄存器、内存、外存（硬盘）

快、容量小 → 慢、容量大



入一入二都是红

用二进制进行运算、  
可以编程序实现各种功能、  
得把程序“保管（存储）”好  
.....  
—— 计算机一直是这样的吗？



操作十分的简单



其实在严格纪律约束下的

# 第一讲 计算机系统概述

## ◆ 冯.诺依曼结构计算机

- 冯.诺依曼结构基本思想
- 计算机硬件的基本组成

## ◆ 程序的表示和执行过程

- 计算机如何实现程序的执行
- 计算机硬件和软件的接口： ISA

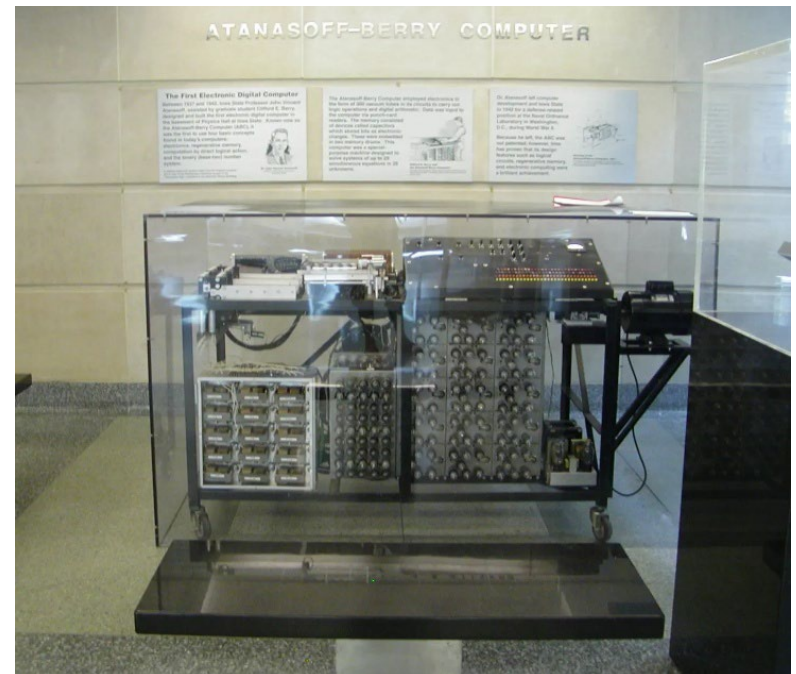
## ◆ 计算机系统抽象层

- 机器级语言和高级编程语言
- 翻译程序： 汇编、编译、解释



# \* 世界上第一台电子计算机ABC（非通用）

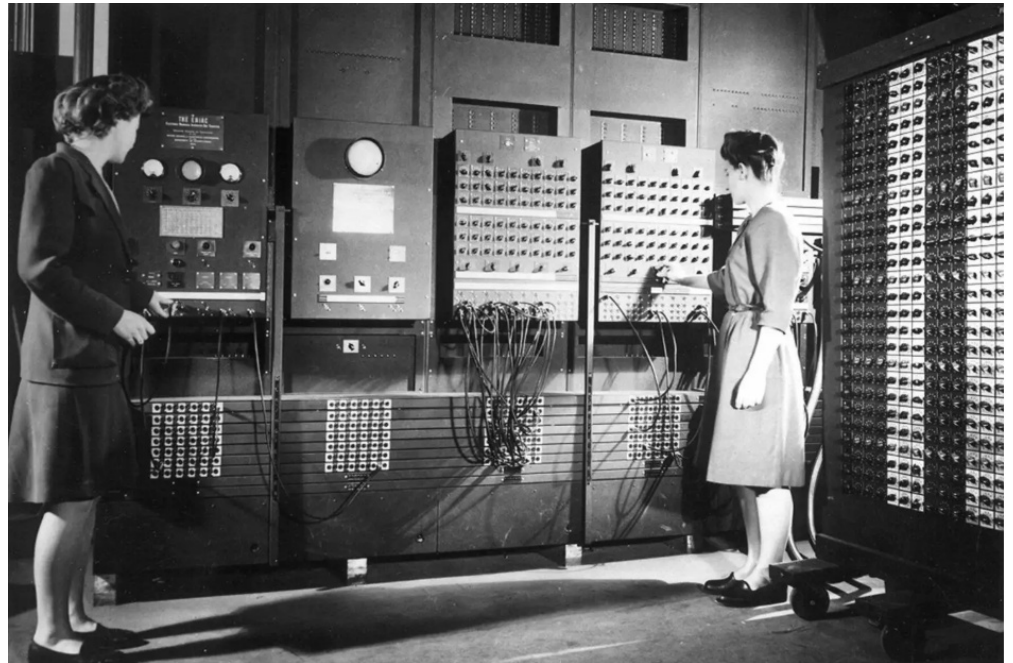
- ◆ 阿塔纳索夫-贝瑞计算机（**Atanasoff-Berry Computer**，简称**ABC**）——爱荷华州立大学的约翰·文特森·阿塔纳索夫（**John Vincent Atanasoff**）和他的研究生克利福特·贝瑞（**Clifford Berry**）在1937年设计，**不可编程**，仅仅设计用于求解线性方程组，并在1942年成功进行了测试。
- ◆ 这台计算机是电子与电器的结合，电路系统中装有**300**个电子真空管执行**数值计算与逻辑运算**，机器使用电容器来进行**数值存储**，**数据输入**采用打孔读卡方法，采用**二进制**



# \* 世界上第一台通用电子计算机ENIAC

- ◆ 1945年，电子数字积分计算机，是世界上第一台通用计算机，也是继ABC之后的第二台电子计算机，它是图灵完全的电子计算机，能编程，解决不同的计算问题。

- ◆ 非存储程序
- ◆ 非冯诺依曼结构





# \* 冯·诺依曼的故事

- ◆ 1944年，冯·诺依曼参加原子弹的研制工作，涉及到极为困难的计算。
- ◆ 1944年夏的一天，诺依曼巧遇美国弹道实验室的军方负责人戈尔斯坦，他正参与ENIAC的研制工作。
- ◆ 冯·诺依曼被戈尔斯坦介绍加入ENIAC研制组，1945年，在共同讨论的基础上，冯·诺依曼以“关于EDVAC的报告草案”为题，起草了长达101页的总结报告，发表了全新的“**存储程序通用电子计算机方案**”。



**E**lectronic  
**D**iscrete  
**V**ariable  
**A**utomatic  
**C**omputer

# ✧ 现代计算机的原型

1946年，普林斯顿高等研究院（the Institute for Advance Study at Princeton, IAS）让冯·诺依曼设计“**存储程序**”计算机，其依据就是这份报告。被称为IAS计算机（1951年建成，即EDVAC）。

世界上第一台现代、存储程序式、通用、冯诺依曼结构、电子计算机？

- ◆ 1948年6月的曼彻斯特小型机（Manchester Baby）是第一。
- ◆ EDSAC——电子延迟存储自动计算器（Electronic delay storage automatic calculator）是第二，由英国剑桥大学在1949年5月建成，
- ◆ EDVAC本身——冯诺依曼的草案启发了全世界，自己却由于某些技术和非技术原因，直到1951年才建成。

# 冯·诺依曼结构的核心？

- 在那个报告中提出的计算机结构被称为**冯·诺依曼结构**。

- 冯·诺依曼结构最重要的思想是什么？

**“存储程序(Stored-program)” 工作方式：**

任何要计算机完成的工作都要先被编写成**程序**，然后将程序和原始数据送入**主存**并启动执行。一旦程序被启动，计算机应能在不需操作人员干预下，**自动**完成逐条取出指令和执行指令的任务。

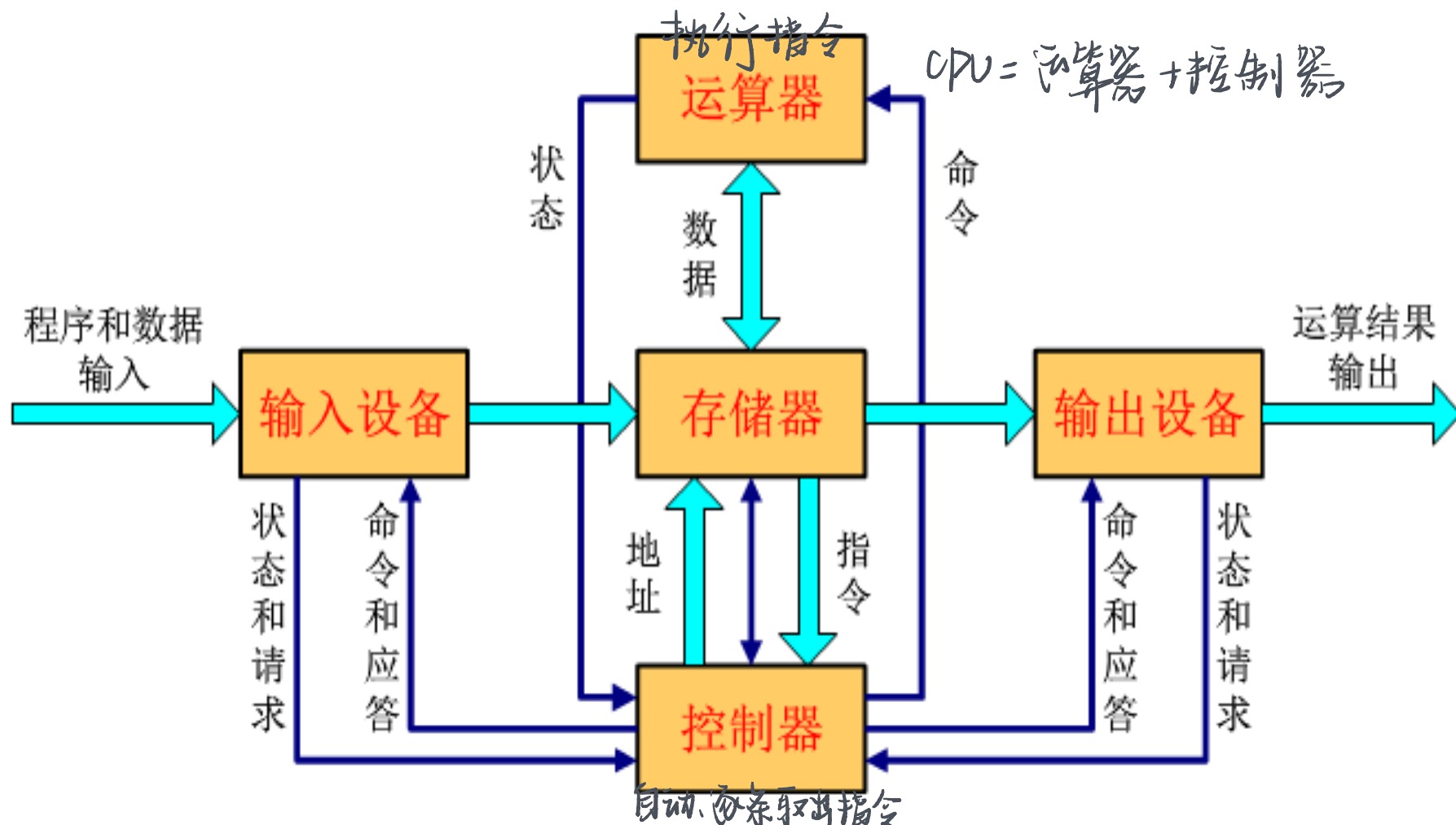
顺序

- 冯·诺依曼结构计算机也称为**冯·诺依曼机器 (Von Neumann Machine)** 。
- 几乎现代所有的通用计算机大都采用**冯·诺依曼结构**。

# “冯·诺依曼结构”计算机 应该可以做哪些事？

- 应该有个主存，用来**存放**程序和数据
- 应该有一个自动逐条**取出**指令的部件
- 还应该具体**执行**指令（即运算）的部件
- **程序**由指令构成
- **指令**描述如何对**数据**进行处理
- 应该有将程序和原始数据**输入**计算机的部件
- 应该有将运算结果**输出**计算机的部件

# 冯.诺依曼结构计算机模型



早期，部件之间用**分散方式**（慢速）相连

现在，部件之间大多用**总线方式**相连

趋势，**总线+点对点**（分散方式）**高速连接**

# △ 归纳：冯诺依曼结构的完整思想

CPU：运算器+控制器

存储器

I/O：输入/出设备

## 综上所述

1. 计算机应由运算器、控制器、存储器、输入设备和输出设备五个基本部件组成。
2. 各基本部件的功能是：
  - **存储器**不仅能存放数据，而且也能存放指令，形式上两者没有区别，但计算机应能区分数据还是指令；
  - **控制器**应能自动取出指令来执行；
  - **运算器**应能进行加/减/乘/除四种基本算术运算，并且也能进行一些逻辑运算和附加运算；
  - 操作人员可以通过**输入设备**、**输出设备**和主机进行通信。
3. 内部以**二进制表示**指令和数据。每条指令由**操作码**和**地址码**两部分组成。操作码指出操作类型，地址码指出操作数的地址。由一串指令组成程序。
4. 采用“**存储程序**”工作方式。

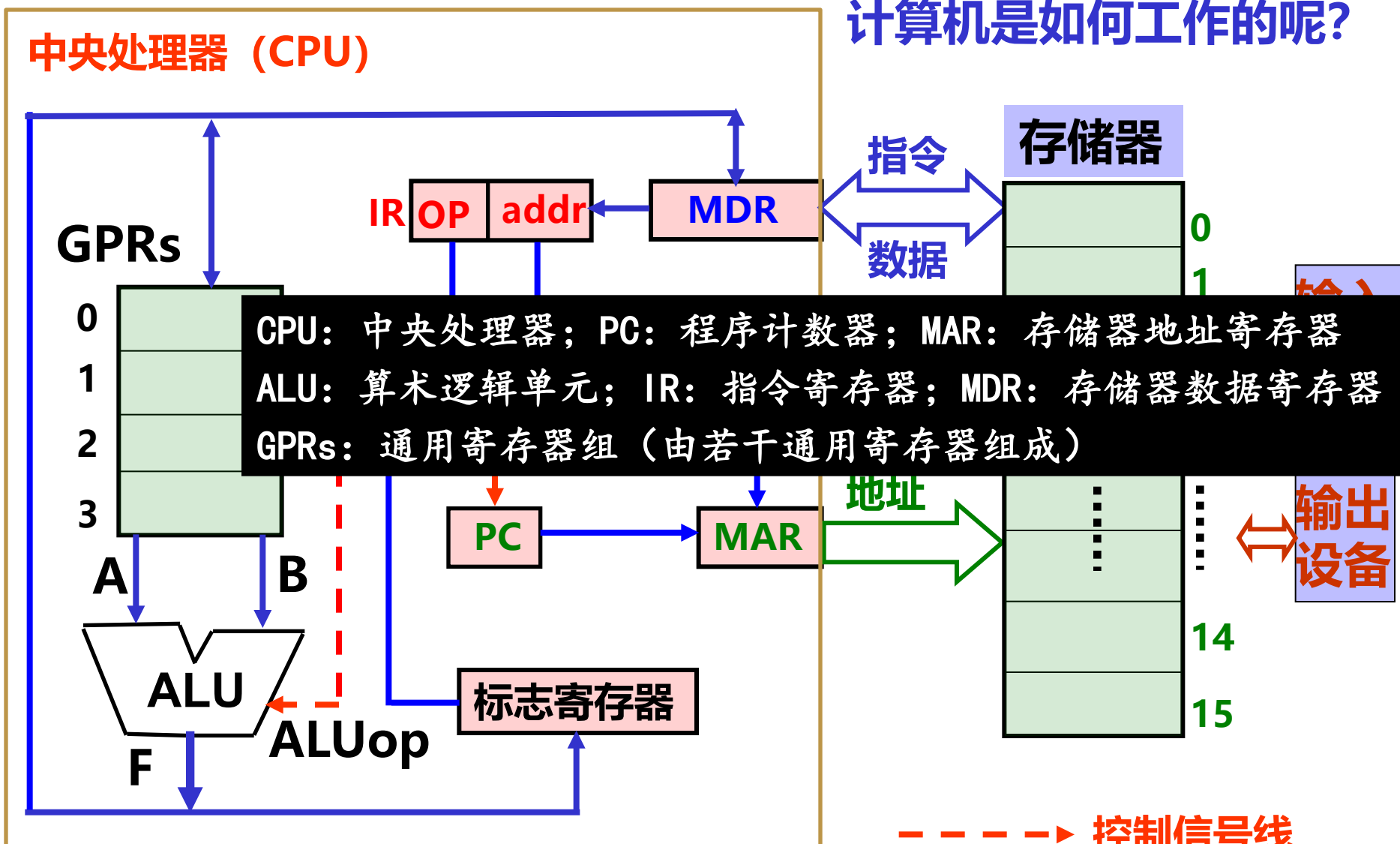
码：编码

操作码      地址码

# 现代计算机结构模型

计算机是如何工作的呢？

中央处理器 (CPU)



CPU: 中央处理器; PC: 程序计数器; MAR: 存储器地址寄存器  
ALU: 算术逻辑单元; IR: 指令寄存器; MDR: 存储器数据寄存器  
GPRs: 通用寄存器组 (由若干通用寄存器组成)

--- 控制信号线  
— 数据传送线



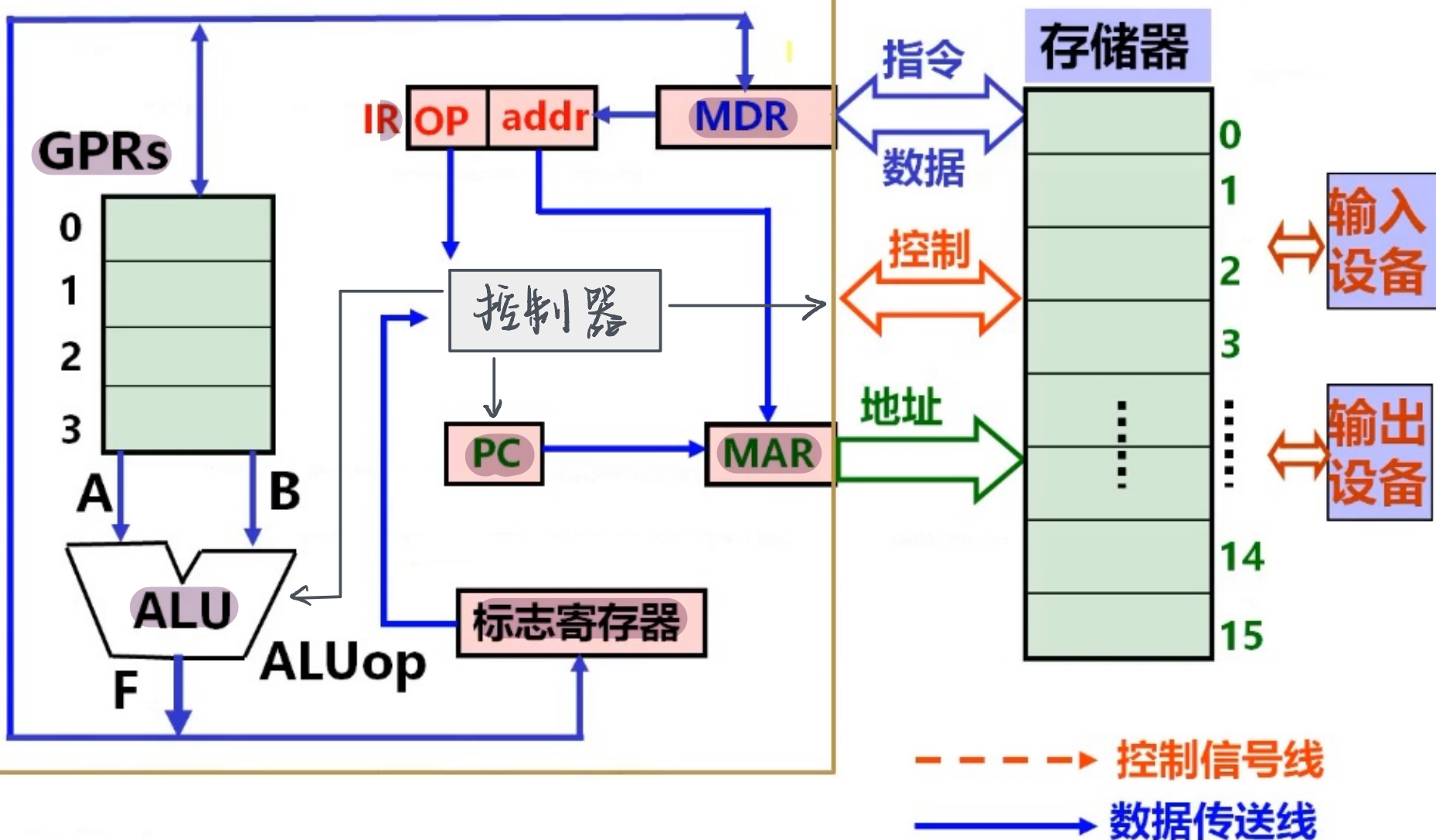
# 现代计算机结构模型

CPU: 中央处理器; PC: 程序计数器; MAR: 存储器地址寄存器

ALU: 算术逻辑单元; IR: 指令寄存器; MDR: 存储器数据寄存器

GPRs: 通用寄存器组 (由若干通用寄存器组成)

## 中央处理器 (CPU)



# 第一讲 计算机系统概述

## ◆ 冯·诺依曼结构计算机

- 冯·诺依曼结构基本思想
- 计算机硬件的基本组成

## ◆ 程序的表示和执行过程

- 计算机如何实现程序的执行
- 计算机硬件和软件的接口：ISA

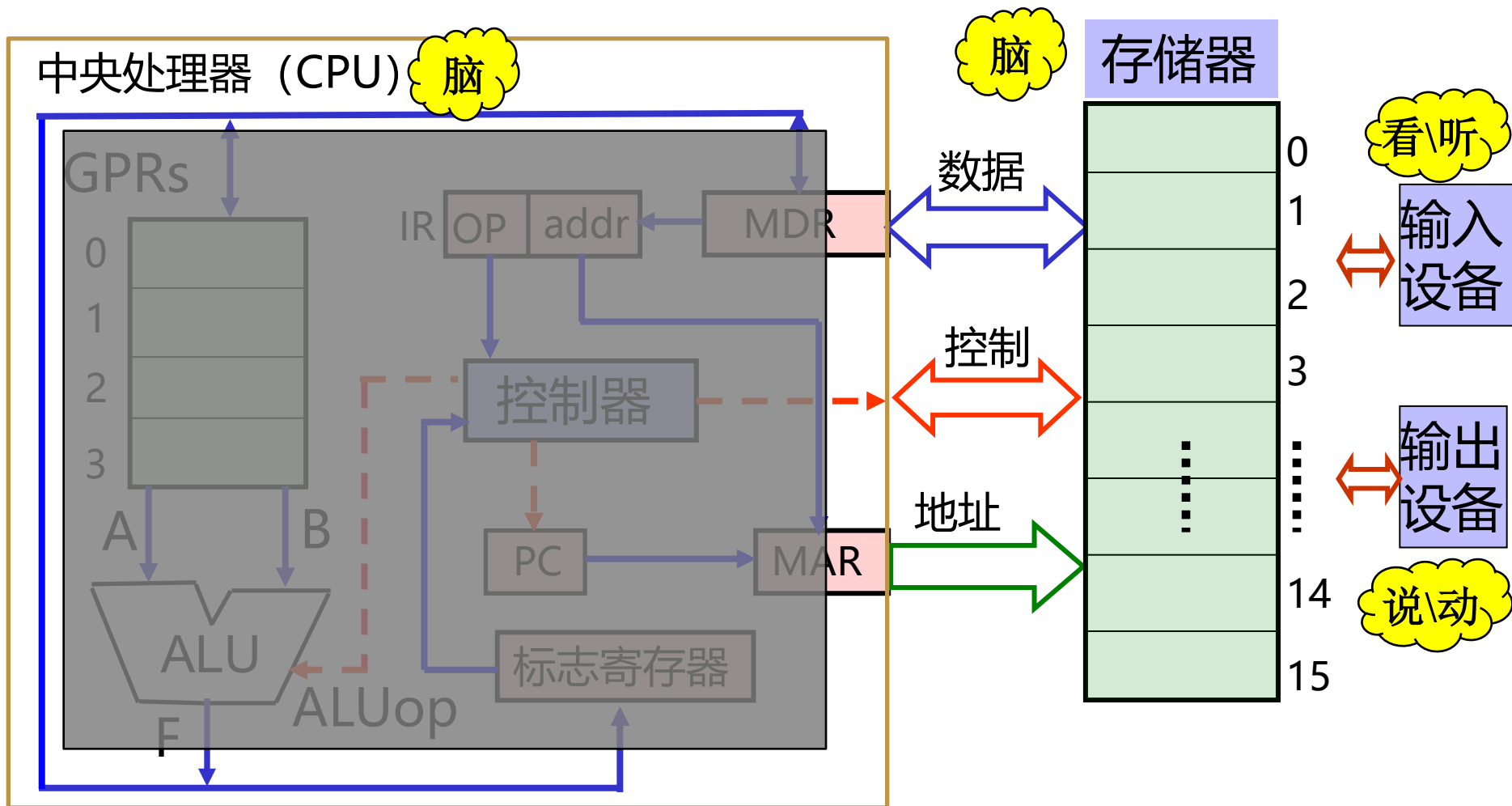
## ◆ 计算机系统抽象层

- 机器级语言和高级编程语言
- 翻译程序：汇编、编译、解释

# 一个比喻

先想象一下你是怎样按菜谱做出一桌菜的？

再思考一下你看见一个人之后是怎样判断ta是谁的？



# 计算机是如何工作的？

**“存储程序”工作方式**  
(忽略输入输出部分)

- 程序在执行前

数据和指令事先存放在存储器中：形式上没有差别，都是0/1序列

每条指令和每个数据都有地址（有“存储”就必有“地址”）

指令按序存放（注意！不一定按序执行！）

程序起始地址置入PC

- 开始执行程序后：计算机能自动取出一条一条指令执行，在执行过程中无需人的干预。以下步骤在控制器的协调下完成。

第一步：根据PC取指令

第二步：指令译码

第三步：按地址取操作数

第四步：指令执行

第五步：按地址回写结果

第六步：修改PC的值

第七步：按新的PC，回到第一步，继续执行下一条指令

注意：步骤3和5可能不需要

程序由指令组成，若所有指令执行完，则程序执行结束

——思考一下：操作系统、PPT等等什么时候会执行完？

# 计算机是如何工作的？——指令的执行

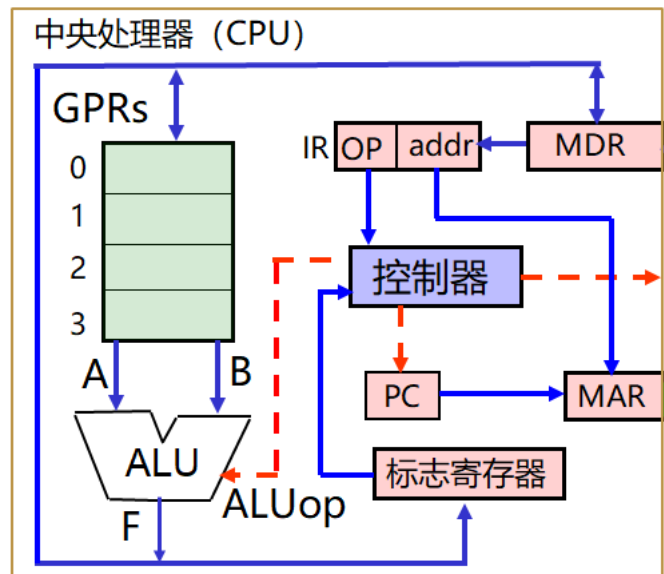
- ◆ **指令执行过程中**，指令和数据被从存储器取到CPU，存放在CPU内的寄存器中，指令**可以在IR中**，数据在**GPR中**。

指令中通常包括以下信息：

操作码（加减等）

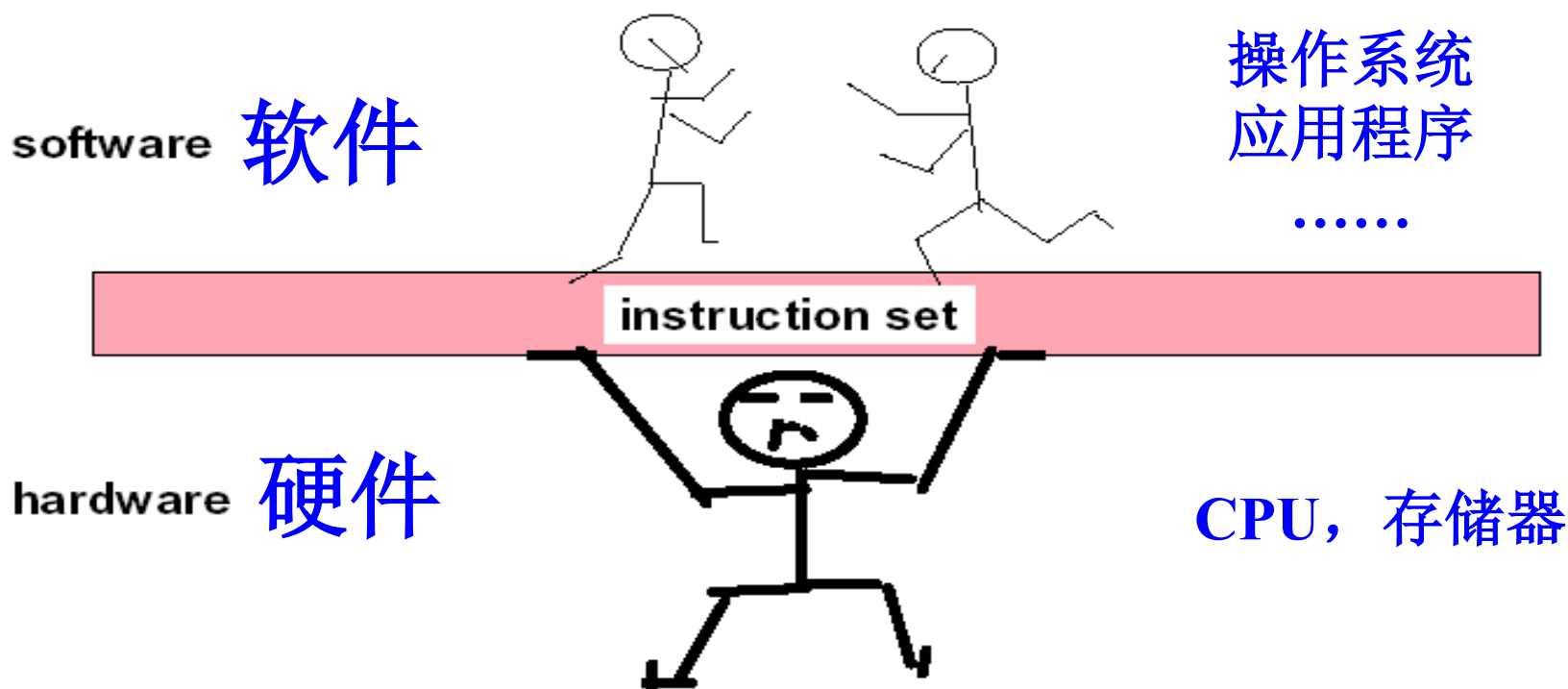
源操作数1 或/和 源操作数2（的地址）

目的操作数地址



可见，在“计算机”的工作中  
——（硬件）和“程序”（软件）缺一不可  
—— 但是如何实现软硬件的合作呢？

# 软硬件交界面：ISA



**软、硬件界面：**指令集体系结构 (Instruction Set Architecture, ISA)  
有时简称**系统结构、体系结构，指令系统，甚至简称“架构”**

# 指令集体系结构（ISA）

## ◆ ISA指Instruction Set Architecture，即指令集体系结构

### ◆ ISA是一种规约（Specification）

- 可执行的指令的集合，包括指令格式、操作种类以及每种操作对应的操作数的相应规定；
- 指令可以接受的操作数的类型；
- 操作数所能存放的寄存器组的结构，包括每个寄存器的名称、编号、长度和用途；
- 操作数所能存放的存储空间的大小和编址方式；
- 操作数在存储空间存放时按照大端还是小端方式存放；
- 指令获取操作数的方式，即寻址方式；
- 指令执行过程的控制方式，包括程序计数器、条件码定义等。

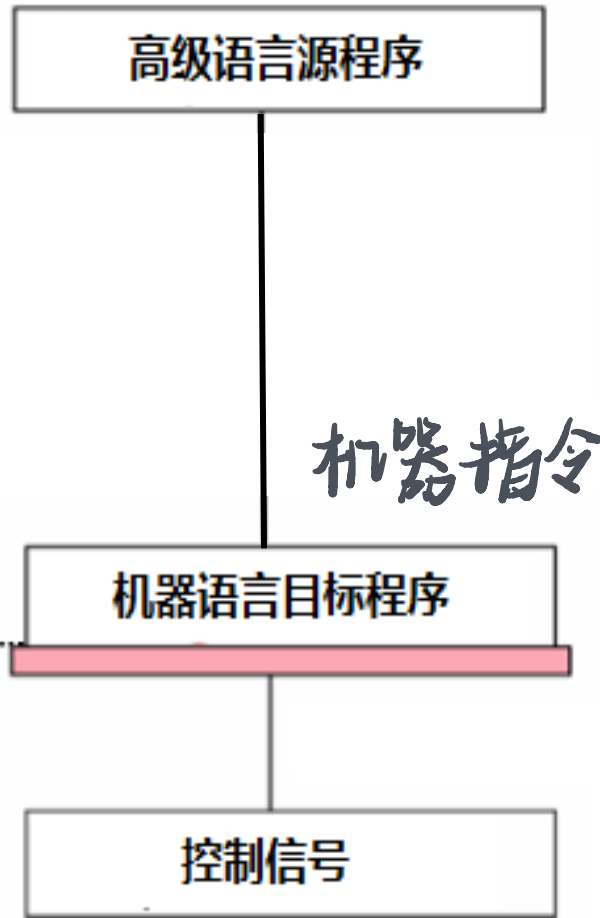
### ◆ ISA在计算机系统中是必不可少的一个抽象层，Why？

- 没有它，软件无法使用计算机硬件！
- 没有它，一台计算机不能称为“通用计算机”



# 软硬件层次（简化）

计算机  
软件  
-----  
计算机  
硬件



```
tmp = a[i];  
a[i] = a[i+1];  
a[i+1] = tmp;
```

```
100011 00010 01000 0000000000000000  
100011 00010 01001 0000000000000100  
101011 00010 01001 0000000000000000  
101011 00010 01000 0000000000000100
```

机器语言程序一定是0、1序列  
机器语言程序能被硬件直接执行

# 第一讲 计算机系统概述

## ◆ 冯·诺依曼结构计算机

- 冯·诺依曼结构基本思想
- 计算机硬件的基本组成

## ◆ 程序的表示和执行过程

- 计算机如何实现程序的执行
- 计算机硬件和软件的接口：ISA

## ◆ 计算机系统抽象层

- 机器级语言和高级编程语言
- 翻译程序：汇编、编译、解释

# \* 最早的程序开发过程

- ◆ 用机器语言编写程序，并记录在纸带或卡片上



穿孔表示0，未穿孔表示1

输入：按钮、开关；所有信息都是0/1序列！  
输出：指示灯等

例：第1条转移指令执行之后要跳到第4条指令去执行

0: 0101 0110

1: 0010 0100

2: .....

3: .....

4: 0110 0111

5: .....

6: .....

太原始了，无法忍受，咋办？

用符号表示而不用0/1表示！

若在第4条指令前加入新指令，则需重新计算第1条指令中的转移地址（不再是4了），然后重新打孔。不灵活！

书写、阅读困难！

# \* 用汇编语言开发程序

◆ 若用**符号**表示跳转位置和变量位置，是否简化了问题？

◆ 于是，汇编语言出现

- 用**助记符**表示操作码
- 用**标号**表示位置
- 用**助记符**表示寄存器
- .....

0: 0101 0110

1: 0010 0100

2: .....

3: .....

4: 0110 0111

5: .....

6: .....

7: .....

sub B

jxx L0

= jump .....

.....

L0: add C

.....

B: .....

C: .....

用汇编语言编写的优点是：

不会因为增减指令而需要修改其他指令

不需记忆指令二进制操作码，写程序比机器语言方便

可读性也比机器语言强

不过，这带来新的问题，是什么呢？

程序员容易了，可机器（硬件）不认识这些指令了！

需将汇编语言转换为机器语言！

用汇编程序转换

在第4条指令前加指令时不用改变sub、jxx和add指令中的编号（地址码）！

# 进一步认识机器级语言

## ◆ 汇编语言源程序由**汇编指令**构成

- 用助记符和标号来表示的指令（与机器指令一一对应）

## ◆ **指令**又是什么呢？

- 包含**操作码**和**操作数或其地址码**  
（**机器指令**用**二进制**表示，**汇编指令**用**符号**表示）
- 可以描述：存取数，若干数的算术逻辑运算

判断是否继续执行 等等

```
sub B
jxx L0
.....
.....
L0: add C
.....
B: .....
C:
```

## ◆ 想象用**汇编语言**

（例如，用

- 需要描述的**硬件结构**

机器级语言 包括： 汇编语言 、 机器语言

都是面向计算机硬件的

**汇编程序** 能够将汇编语言源程序A转换为机器语言源程序B

A和B中的指令一定是一一对应的

B能被硬件直接执行

A不能被硬件直接执行

# 用高级语言开发程序

## ◆ 随着技术的发展，出现了许多高级编程语言

- 它们与具体机器结构无关
- 面向算法描述，比机器级语言描述能力强得多
- 高级语言中一条语句对应几条、几十条甚至几百条指令
- 有“面向过程”和“面向对象”的语言之分
- 处理逻辑分为三种结构
  - 顺序结构、选择结构、循环结构

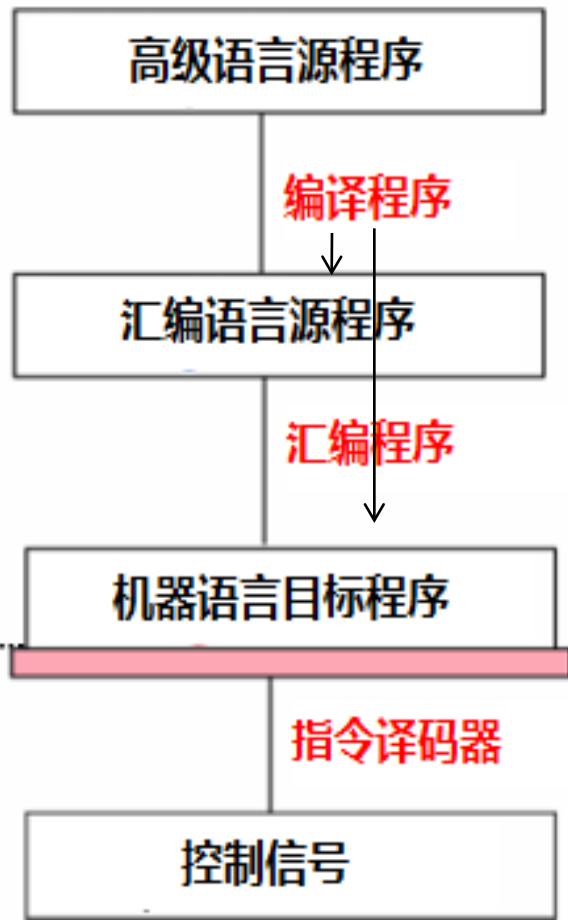
现在，几乎所有程序员都用高级语言编程，但最终要将高级语言转换为机器语言程序

## • 有两种转换方式：“编译”和“解释”

- 编译程序(Compiler): 将高级语言源程序转换为机器级目标程序文件，最终即可通过启动目标程序来完成执行
- 解释程序(Interpreter): 将高级语言语句逐条翻译成机器指令并立即执行，不生成目标文件。

# 软硬件层次（完整版）

计算机软件  
-----  
计算机硬件



```
tmp = a[i];  
a[i] = a[i+1];  
a[i+1] = tmp;
```

```
lw $8, 0($2)  
lw $9, 4($2)  
sw $9, 0($2)  
sw $8, 4($2)
```

寄存器编号

每条指令由操作码和若干地址码组成

100011	00010	01000	0000000000000000
100011	00010	01001	0000000000000100
101011	00010	01001	0000000000000000
101011	00010	01000	0000000000000100

..., EXTop=1, ALUSelA=1, ALUSelB=11, ALUOp=add, IorD=1, Read, MemtoReg=1, RegWr=1, ...

任何高级语言程序最终通过执行若干条机器指令来完成！



# \*开发和运行程序需什么支撑？

## ◆ 最早的程序开发很直接——

- 直接输入指令和数据，启动后把第一条指令地址送PC开始执行

## ◆ 现代计算机用高级语言编程

## ◆ 用高级语言开发程序需要复杂的支撑环境（怎样的环境？）

- 需要编辑器编写源程序
- 需要一套翻译转换软件处理各类源程序
  - 编译方式：预处理程序、编译器、汇编器、链接器
  - 解释方式：解释程序
- 需要一个可以执行程序的界面（环境）
  - GUI方式：图形用户界面
  - CUI方式：命令行用户界面

语言  
处理  
程序

(高级)语言处理系统 +

语言的运行时系统

操作系统内核

人机  
接口

操作  
系统

# 现代（传统）计算机系统的层次

应用程序

语言处理系统

操作系统 OS

指令集体系结构 ISA

计算机硬件

**语言处理系统**包括：各种语言处理程序（如编译、汇编、链接）、运行时系统（如库函数、调试、优化等功能）

**操作系统**包括人机交互界面、提供服务功能的内核例程

支撑程序开发和运行的环境由**系统软件**提供

最重要的系统软件是**操作系统**和**语言处理系统**

语言处理系统运行在操作系统之上，操作系统利用指令管理硬件

# \* 归纳一下：软件（Software）

## ◆ System software(系统软件) - 简化编程，并使硬件资源被有效利用

- 操作系统（Operating System）：硬件资源管理，用户接口
- 语言处理系统：翻译（语言处理）程序+ Linker, Debug, etc ...
  - 翻译程序(Translator)有三类：

**编译程序(Compiler)：**高级语言源程序→汇编/机器目标程序

**汇编程序(Assembler)：**汇编语言源程序→机器目标程序

**解释程序(Interpreter)：**将高级语言语句逐条翻译成机器指令并立即执行,不生成目标文件。

- 其他实用程序: 如：磁盘碎片整理程序、备份程序等

## ◆ Application software(应用软件) - 解决具体应用问题/完成具体应用

- 各类媒体处理程序：Word/ Image/ Graphics/...
- 管理信息系统 (MIS)
- Game, ...

# 对于以下结构的机器，设计出几条指令

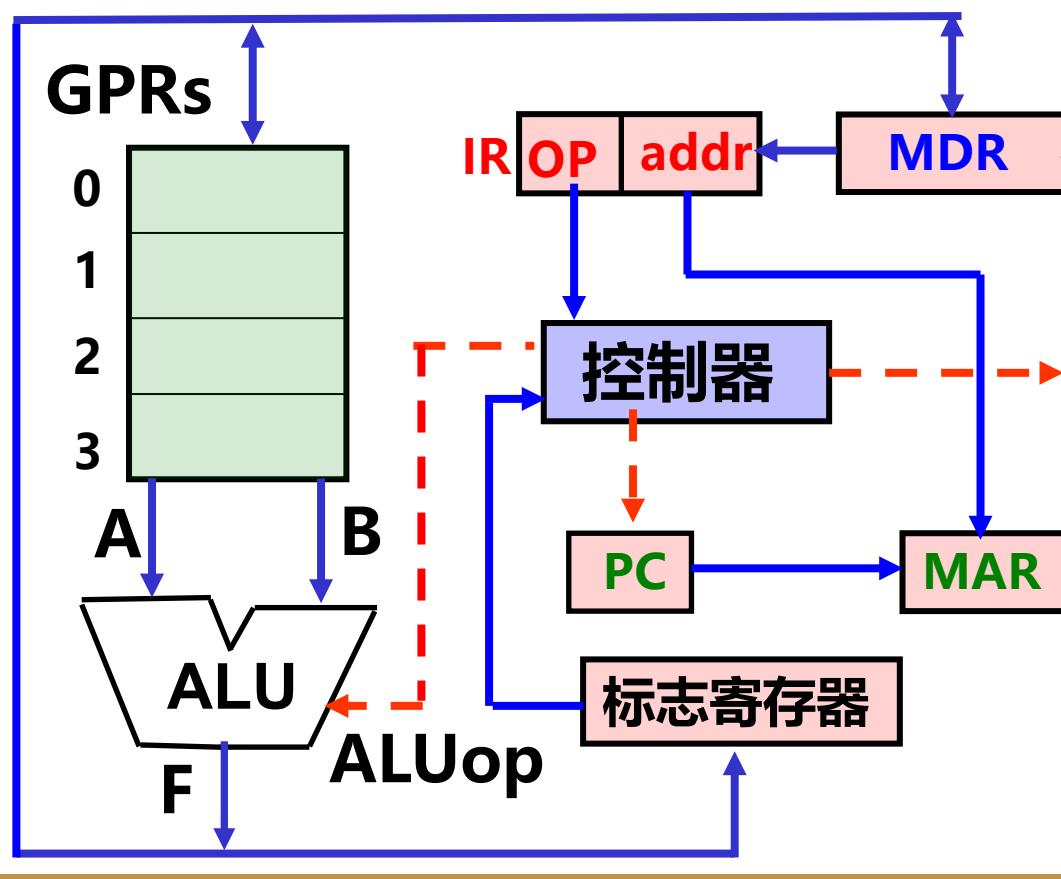
**8位模型机M：8位定长指令字，4个GPR，16个主存单元**

Load M#, R# (取数：将存储单元M内容装入寄存器R)

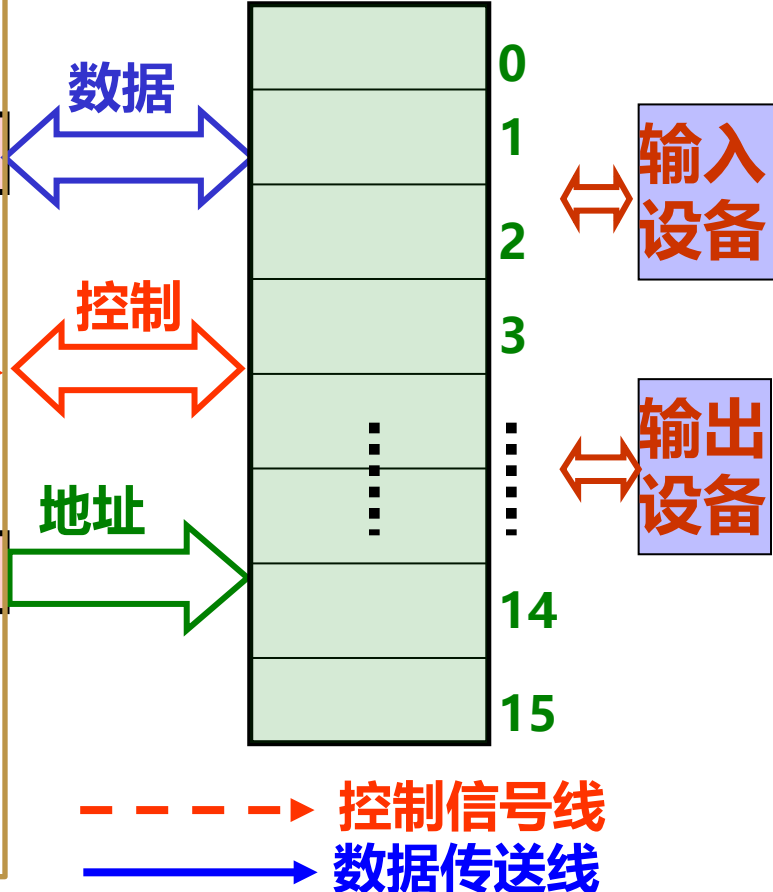
Store R#, M# (存数：将寄存器R内容装入存储单元M)

Add R#, R# (加法，还有Sub, Mul等；操作数还可“R# M#”等)

## 中央处理器 (CPU)



## 存储器

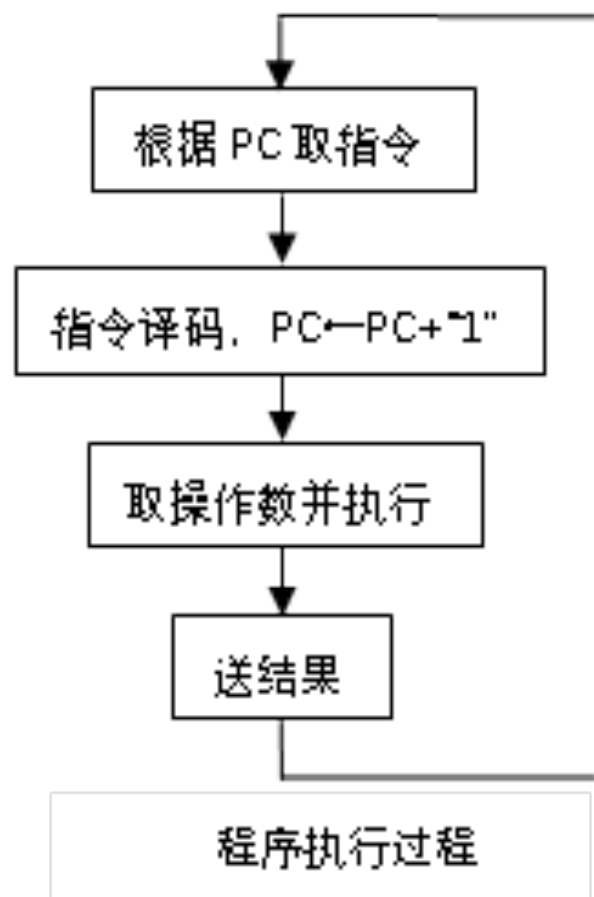


# 程序和指令执行过程举例（仅为示意）

若在M上实现“ $z=x+y$ ”，x和y分别存放在主存5和6号单元中，结果z存放在7号单元中，则程序在主存单元中的初始内容可为：

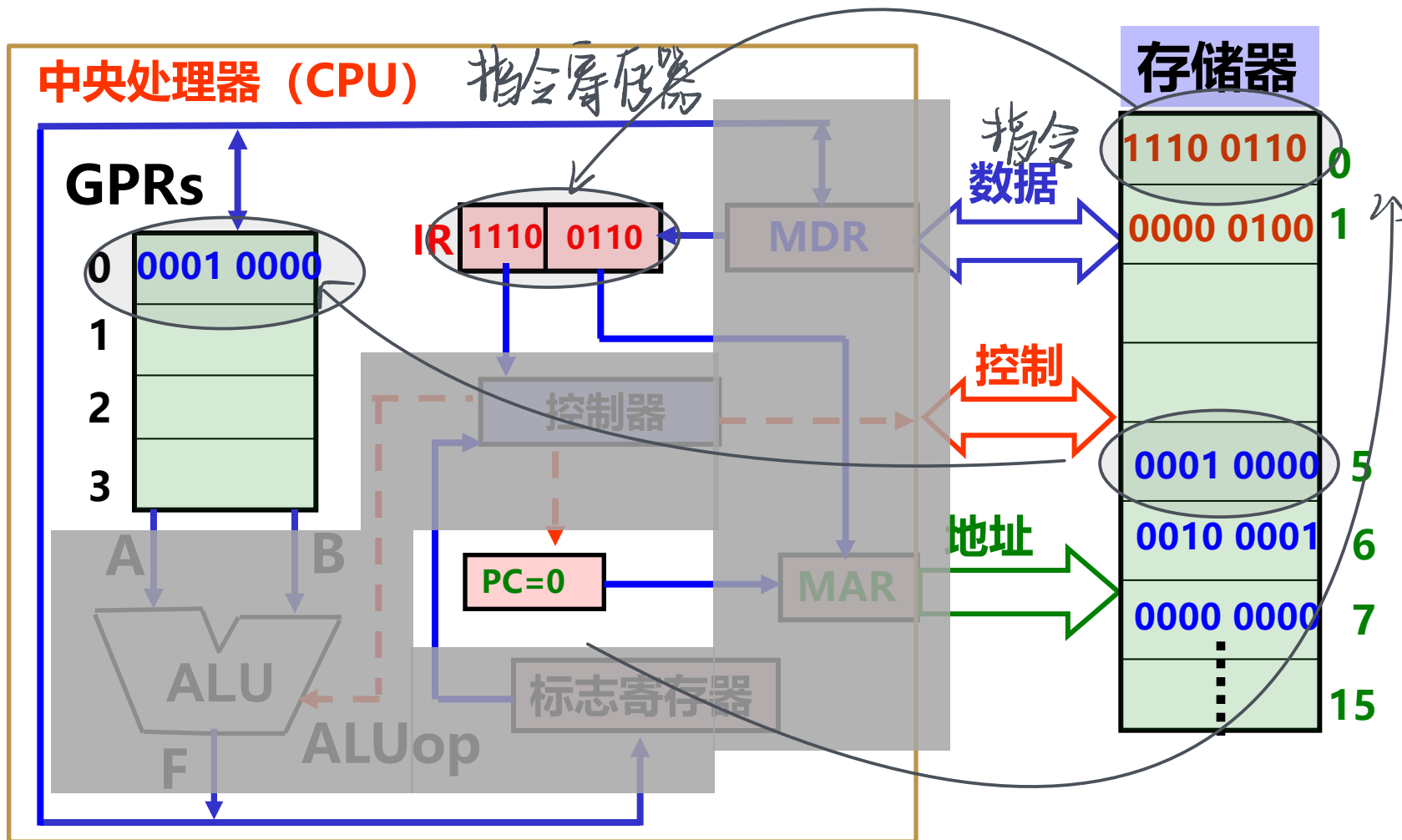
主存地址	主存单元内容	内容说明
0	1110 0110	取数x操作
1	0000 0100	寄存器 A → B 传送操作
2	1110 0101	取数y操作
3	0001 0001	加操作
4	1111 0111	存数操作
5	0001 0000	操作数x
6	0010 0001	操作数y
7	0000 0000	结果z，初始值为0

指令

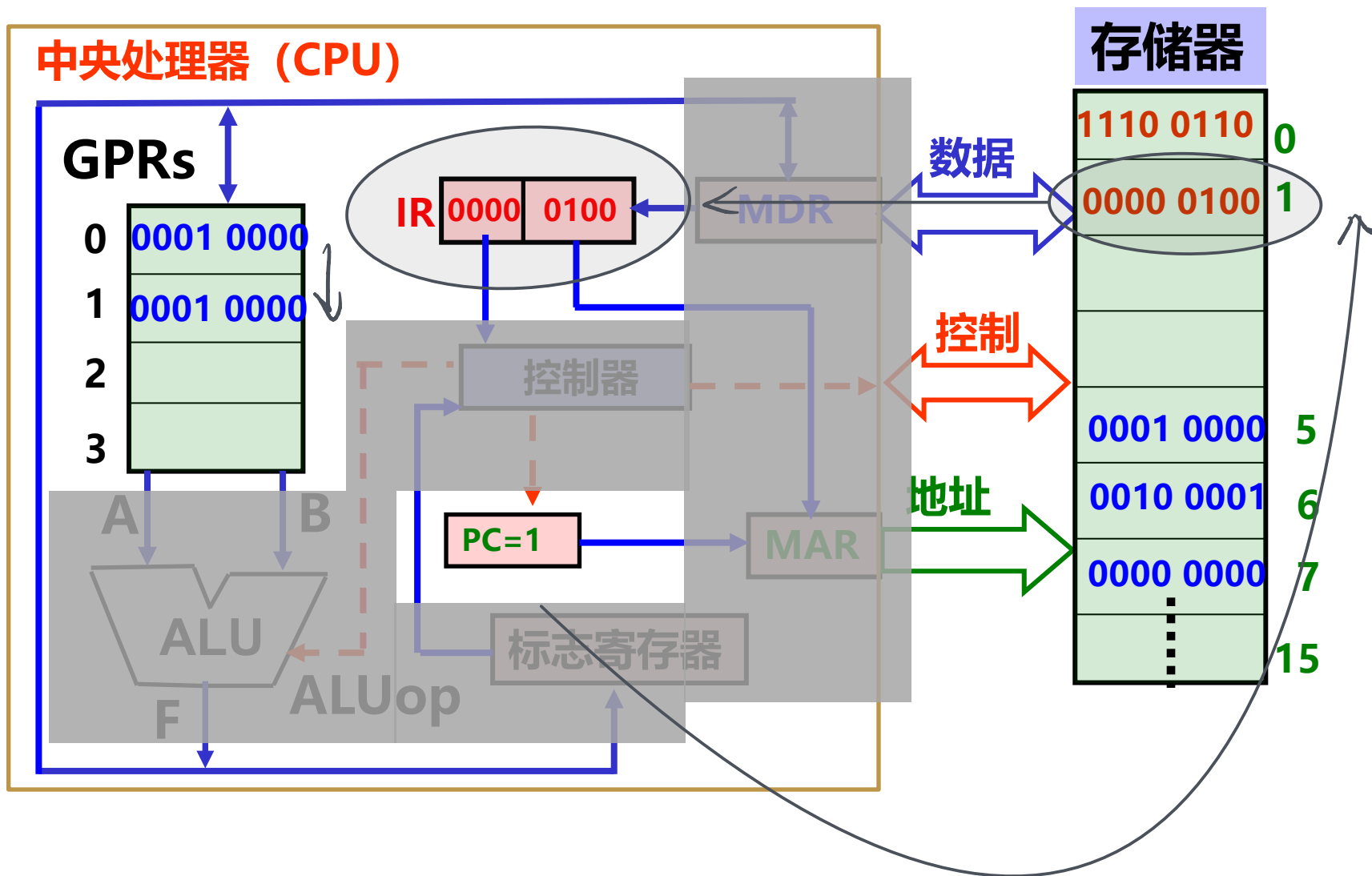


程序执行过程及其结果？

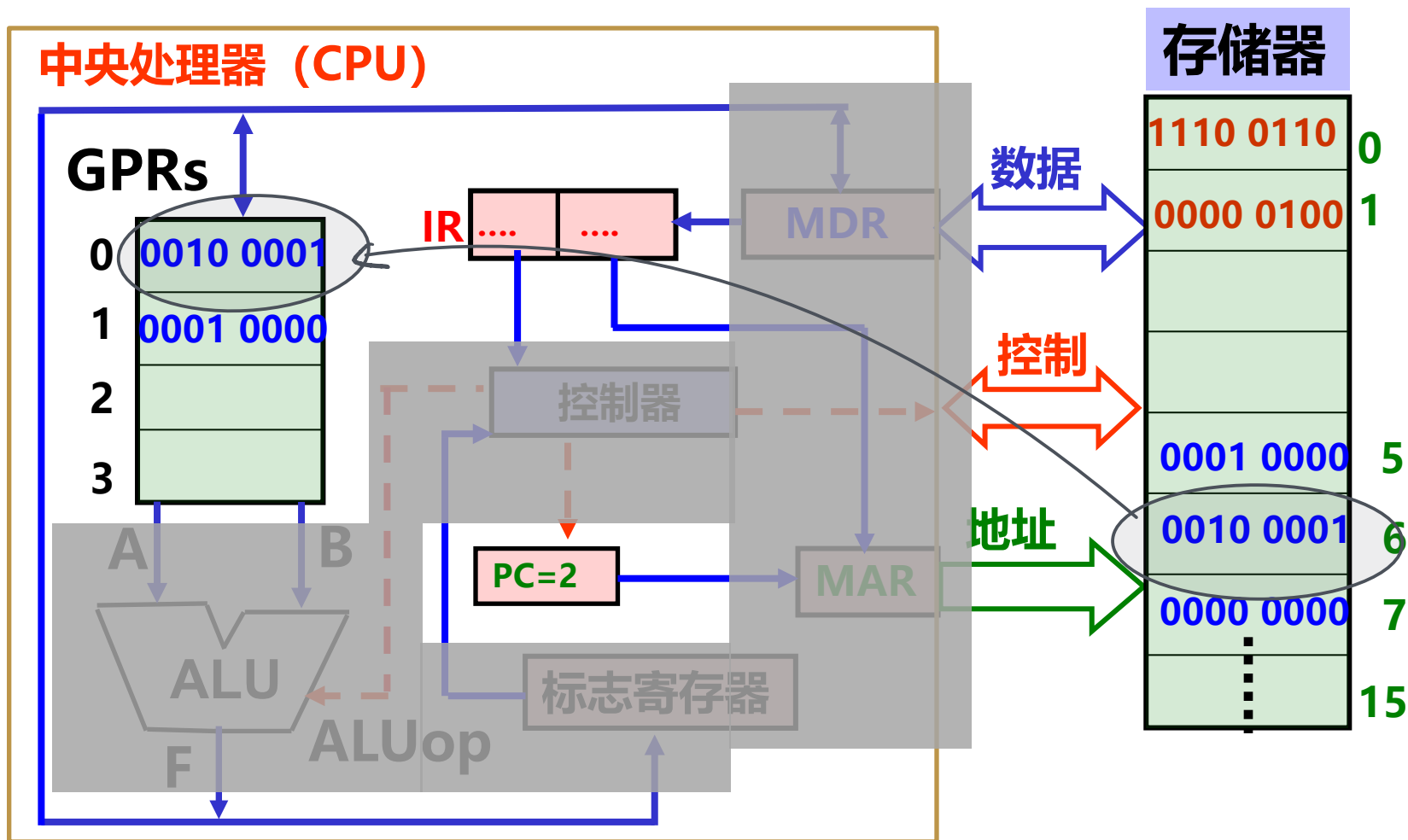
## 执行过程示意PC=0 取数x



# 执行过程示意PC=1传送

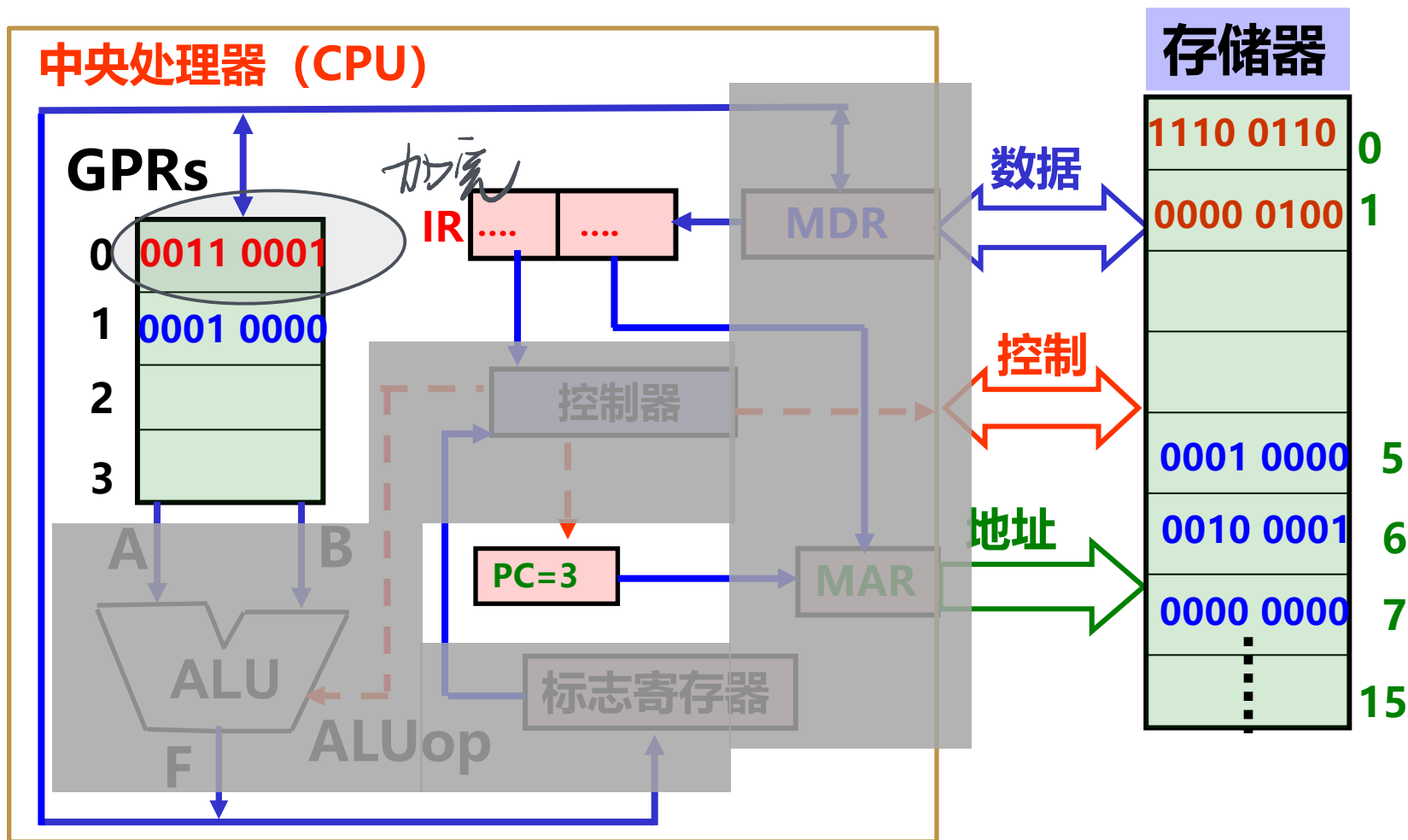


## 执行过程示意PC=2取数y

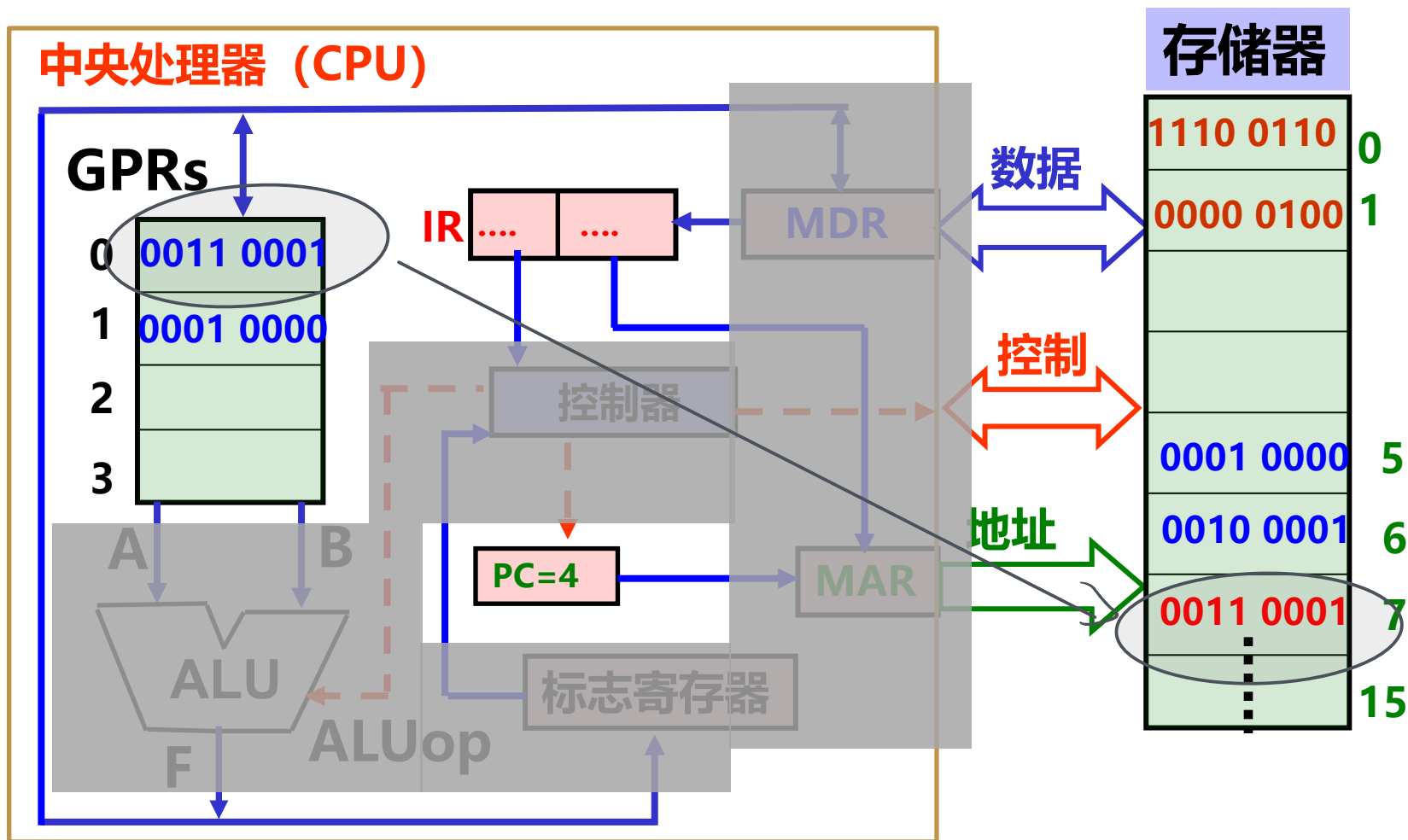




## 执行过程示意PC=3加法



## 执行过程示意PC=4存数



# \* 还是计算机系统的层次（再细化一点）

**功能转换：**上层是下层的**抽象**，下层是上层的**实现**  
**底层为上层提供支撑环境！**

**程序执行效果（结  
果和性能等）**

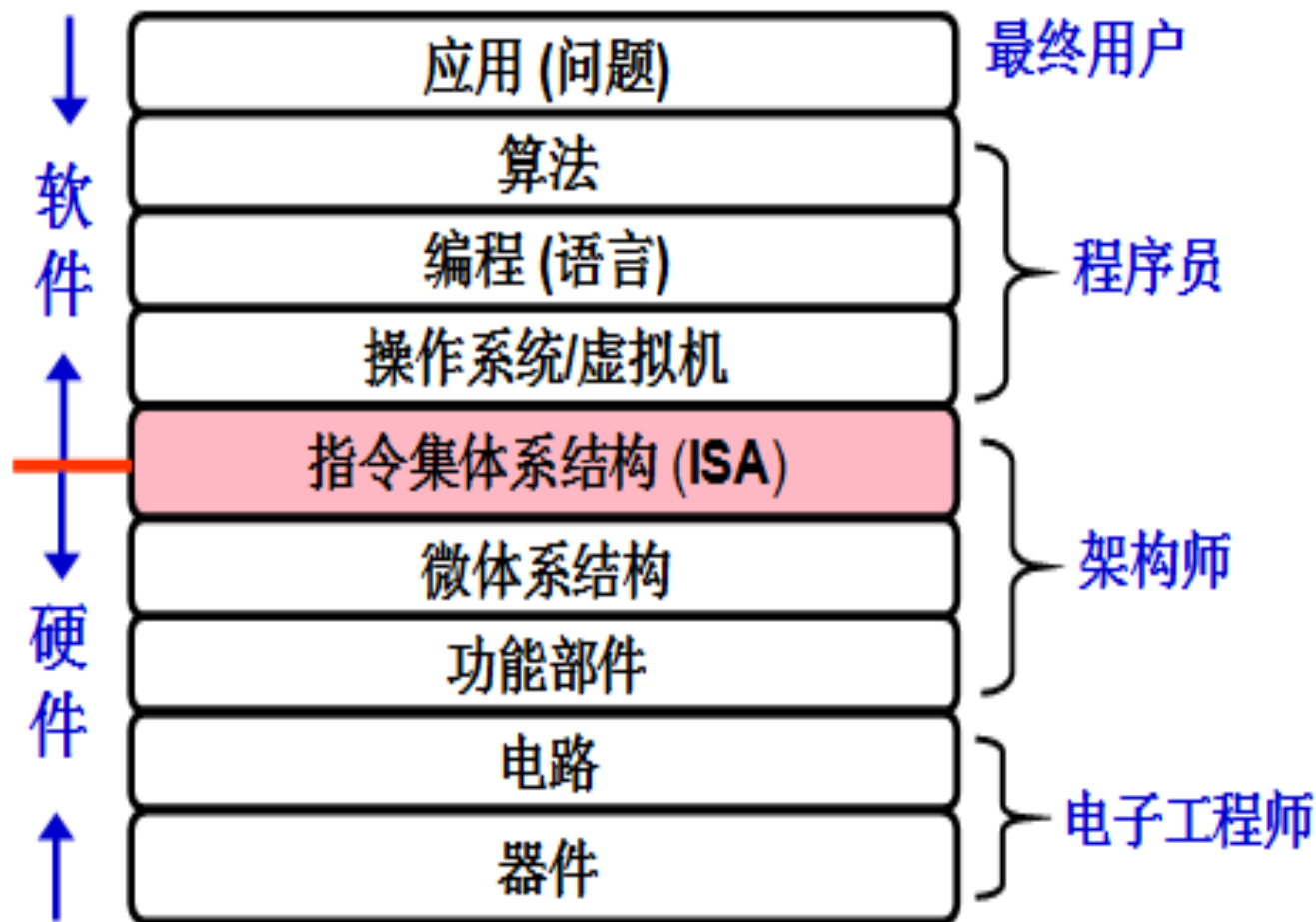
**不仅取决于  
算法、程序编写**

**而且取决于  
语言处理系统  
操作系统**

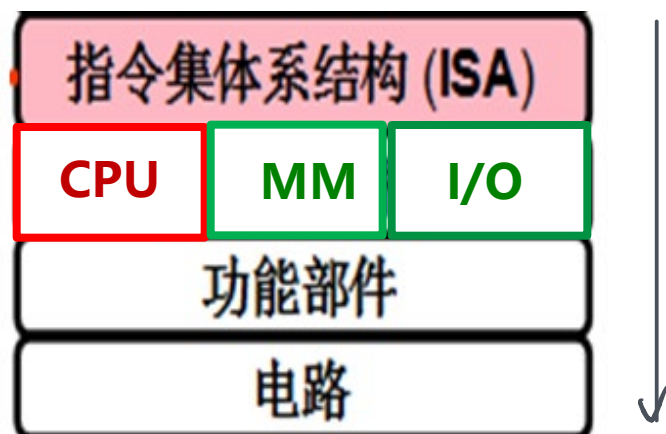
**ISA**

**微体系结构**

**微体系结构**



# 本课程教学内容的安排（再重复一下）



六次实验

二进制编码

数字逻辑电路

硬件描述语言 (其它课)

运算功能部件

指令集体系结构

中央处理器 (CPU)

存储器层次结构 (ICS)

系统互连与输入/出 (ICS)

# 第二讲：二进制编码表示

## 主要内容

- ◆ 计算机的外部信息和内部数据
- ◆ 进位计数制
  - 十进制
  - 二进制
  - 八进制和十六进制
- ◆ 二进制数与其他计数制数之间的转换
  - R进制数与十进制数之间的转换
  - 二、十六进制数之间的转换
  - 十进制数→二进制数的简便方法

# 再来看看（ISA）

冯诺依曼计算机的

**“存储程序”工作方式——程序（指令）、数据、执行**

**（计算机硬件能够理解并执行的只有二进制机器指令）**

**（计算机硬件能够处理的只有二进制数据）**

## ◆ ISA(指令集体系结构)规定了如何使用硬件

- 可执行的指令有哪些；每条指令有多长等等。
- 指令可以接受的操作数的类型；
- 操作数能存放到哪里：寄存器，内存；
- 指令执行过程的控制方式，包括程序计数器如何自增等。

如果外部世界的一切信息都要用计算机来处理？

对连续信息采样,  
以使信息离散化

对离散样本用0和1  
进行编码

文字、图、表、声音、  
视频等各种媒体信息

最终用户角度

输入设备

输出设备

二进制编码表示的各种数据

各类数据之间的  
转换关系

数组、结构、字符串等结构化数据

高级语言程序员角度

ISA

指令系统能识别  
的基本类型数据

低级语言程序员和  
硬件系统设计者角度

数值型数据

BCD码  
运算指令

非数值型数据

小数点位置固定  
定点运算指令

二进制数

二进制编码的  
十进制数

逻辑数据

编码字符  
如:西文字符和汉字

整数(定点数)

实数(浮点数)

逻辑、位操作或字符处理指令

浮点运算指令

无符号整数

带符号整数

# 信息的二进制编码

## ◆ 机器级数据分两大类：

- 数值数据：无符号整数、带符号整数、浮点数（实数）、十进制数
- 非数值数据：逻辑数（包括位串）、西文字符和汉字

## ◆ 计算机内部所有信息都用二进制（即：0和1）进行编码

## ◆ 用二进制编码的原因：

- 制造二个稳定态的物理器件容易
- 二进制编码、计数、运算规则简单
- 正好与逻辑命题对应，便于逻辑运算，并可方便地用逻辑电路实现算术运算

## ◆ 真值和机器数

- 机器数：用0和1编码的计算机内部的0/1序列
- 真值：机器数真正的值，如：现实中带正负号的数



# Decimal / Binary (十 / 二进制数)

◆ 十进制数5836.47 表示为10的幂:

$$5 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 6 \times 10^0 \\ + 4 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2}$$

◆ 二进制数11001表示为2的幂: (转换为十进制数)

$$1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ = 16 + 8 + 0 + 0 + 1 = 25$$

◆ 用一个下标表示数的基 (radix / base)

或用后缀B-二进制 (H-十六进制 (前缀0x-)、O-八进制)

$$11001_2 = 25_{10}, 11001B = 25$$

# Octal / Hexadecimal (八 / 十六进制数)

$$\begin{array}{cccccccccccc} 2^{11} & 2^{10} & 2^9 & 2^8 & 2^7 & 2^6 & 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} = 2000_{10}$$

$$v = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i b_i$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

3720<sub>8</sub>

7D0<sub>16</sub>

Octal - base 8

Hexadecimal - base 16

000 - 0

0000 - 0    1000 - 8

001 - 1

0001 - 1    1001 - 9

010 - 2

0010 - 2    1010 - a

011 - 3

0011 - 3    1011 - b

100 - 4

0100 - 4    1100 - c

101 - 5

0101 - 5    1101 - d

110 - 6

0110 - 6    1110 - e

111 - 7

0111 - 7    1111 - f

计算机用二进制表示所有信息!

为什么要引入 8 / 16进制?

8 / 16进制是二进制的简便表示。  
便于阅读和书写!

它们之间对应简单, 转换容易。

在机器内部用二进制, 在屏幕或其他外部设备上表示时, 转换为10进制或8/16进制数, 可缩短长度

一个8进制数字用3位二进制数字表示  
一个16进制数字用4位二进制数字表示

现在基本上都用16进制数表示机器数

# 数制之间的转换

## (1) 二、八、十六进制数的相互转换

### ① 八进制数转换成二进制数

减首位0.

$$(13.724)_8 = ( \underline{001} \ \underline{011} . 111 \ 010 \ 100 )_2 = (1011.1110101)_2$$

### ② 十六进制数转换成二进制数

$$(2B.5E)_{16} = ( \underline{00101011} . \underline{01011110} )_2 = (101011.0101111)_2$$

### ③ 二进制数转换成八进制数 (补足)

$$(0.10101)_2 = ( \ 000 . 101 \ 010 )_2 = (0.52)_8$$

### ④ 二进制数转换成十六进制数

$$(11001.11)_2 = ( \ 0001 \ 1001 . 1100 )_2 = (19.C)_{16}$$

二进制数转换为8 (16) 进制数之前,  
注意补足二进制位数为3 (4) 的整数倍  
并保持数值不变 (整数和小数部分各自单独考虑)

# 数制之间的转换

## (2) R进制数 => 十进制数

按“权”展开

例1:  $(10101.01)_2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-2} = (21.25)_{10}$

例2:  $(307.6)_8 = 3 \times 8^2 + 7 \times 8^0 + 6 \times 8^{-1} = (199.75)_{10}$

例1:  $(3A.1)_{16} = 3 \times 16^1 + 10 \times 16^0 + 1 \times 16^{-1} = (58.0625)_{10}$

## (3) 十进制数 => R进制数

整数部分和小数部分分别转换

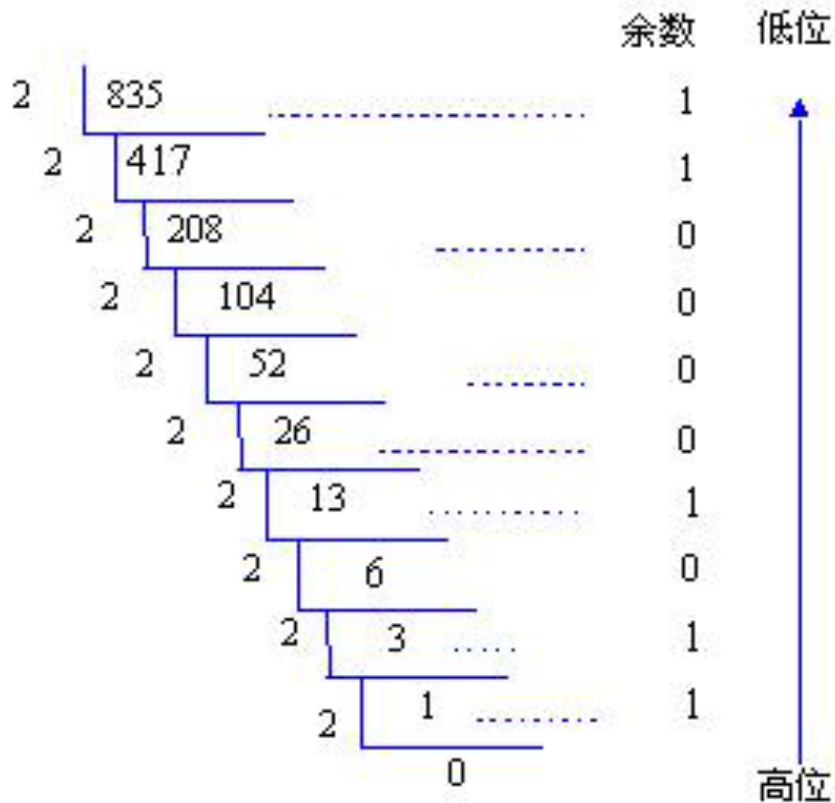
- ① 整数(integral part)---- “除基取余，上右下左”
  - ② 小数(fractional part)---- “乘基取整，上左下右”
- } 理论上的做法

# 10进制→2进制

例1:  $(835.6785)_{10} = (1101000011.1011)_2$

整数---- “除基取余，上右下左”

小数---- “乘基取整，上左下右”



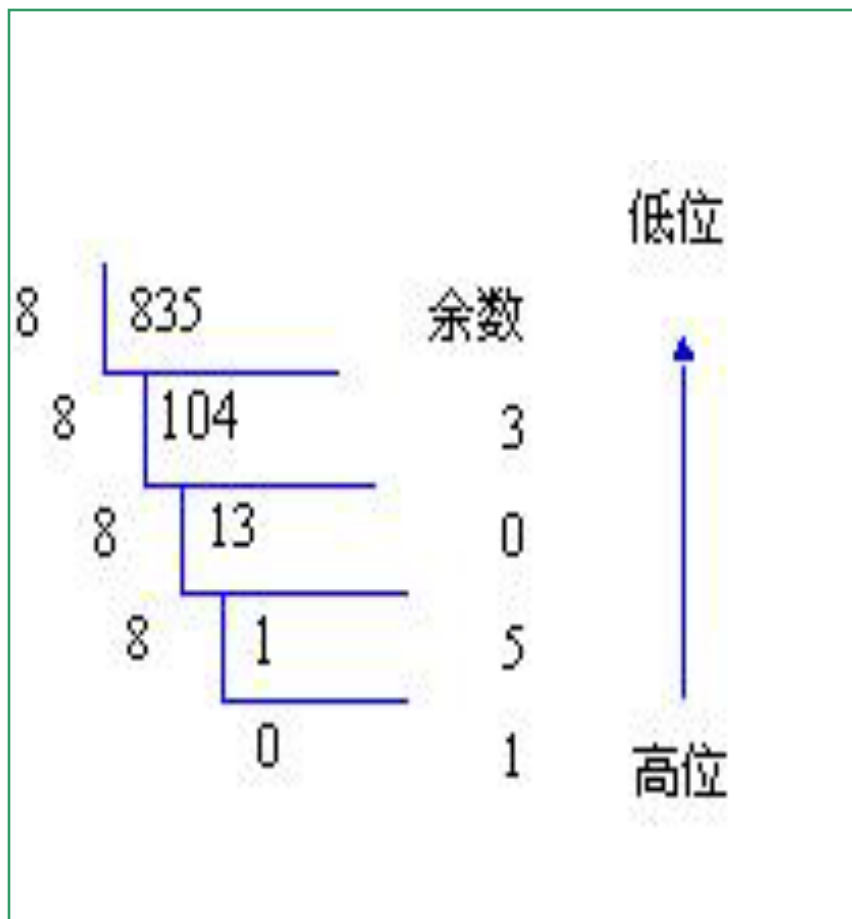
$0.6785 \times 2 = 1.375$	整数部分=1	(高位)
$0.375 \times 2 = 0.75$	整数部分=0	↓
$0.75 \times 2 = 1.5$	整数部分=1	↓
$0.5 \times 2 = 1.0$	整数部分=1	(低位)

# 10进制→8进制

例2:  $(835.63)_{10} = (1503.50243\cdots)_8$

小数---- “乘基取整，上左下右”

有可能乘积的小数部分总得不到0，此时得到一个近似值。



$0.63 \times 8 = 5.04$	整数部分=5	(高位)
$0.04 \times 8 = 0.32$	整数部分=0	
$0.32 \times 8 = 2.56$	整数部分=2	
$0.56 \times 8 = 4.48$	整数部分=4	
$0.48 \times 8 = 3.84$	整数部分=3	(低位)

# 数制之间的转换（简便方法）

## (3) 十进制数 $\Rightarrow$ R进制数

**实际按简便方法先转换为二进制数，再按需转换为8/16进制数**

**整数：2、4、8、16、32、64、128、256、512、1024、2048、4096、8192、16384、32768、65536**

**小数：0.5、0.25、0.125、0.0625、0.03125、.....**

**例：4123.25 = 4096+16+8+2+1+0.25**

**= 1 0000 0001 1011.01B**

**=(101B.4)<sub>16</sub>**

**4023 = (4096-1)-64-8**

**= 1111 1111 1111B - 100 0000B - 1000B**

**= 1111 1011 0111B**

**= FB7H = (FB7)<sub>16</sub>**

# 第三讲：数值数据的编码表示

## 主 要 内 容

- ◆ 定点数的表示
  - 定点数的二进制编码
    - 原码、补码、移码表示
  - 定点整数的表示
    - 无符号整数、带符号整数
- ◆ 浮点数的表示
  - 浮点数格式和表示范围
  - IEEE754浮点数标准
    - 单精度浮点数、双精度浮点数
    - 特殊数的表示形式
- ◆ 十进制数的二进制编码（BCD码）



# 数值数据的表示

## ◆ 数值数据表示的三要素

- 进位计数制
- 定、浮点表示
- 如何用二进制编码

即：要确定一个数值数据的值必须先确定这三个要素。

例如，1011001这个数的值是多少？ 答案是：不知道！

## ◆ 确定使用二进制

## ◆ 定/浮点表示（解决小数点问题）

定点数编码是最基础的工作

- 定点整数、定点小数
- 浮点数（可用一个定点小数和一个定点整数来表示）

## ◆ 定点数的编码（解决正负号问题）

- 原码、补码、反码、移码（反码很少用）

# Sign and Magnitude (原码的表示)

Decimal    Binary

0    0000

1    0001

2    0010

3    0011

4    0100

5    0101

6    0110

7    0111

1位符号位  
+  
3位数值位

Decimal    Binary

-0    1000

-1    1001

-2    1010

-3    1011

-4    1100

-5    1101

-6    1110

-7    1111

◆ 容易理解, 但是:

- ✓ 0 的表示不唯一, 故不利于程序员编程
- ✓ 需额外对符号位进行处理, 故不利于硬件设计
- ✓ 加、减运算方式不统一
- ✓ 特别当  $a < b$  时, 实现  $a - b$  比较困难

# 原码表示整数或小数（默认1位符号位）

CPU 必需知道定点整数/小数

定点整数（8位原码）

<u>+</u>	<u>0001 1000B</u>	11000B
<u>-</u>	<u>1001 1000B</u>	-11000B

定点小数（8位原码）

<u>+</u>	<u>0001 1000B</u>	0.0011B
<u>-</u>	<u>1001 1000B</u>	-0.0011B

定点整数：小数点固定在数值位最右，无需显式表达

定点小数：小数点固定在数值位最左，无需显式表达

从 50年代开始，整数都采用补码来表示，  
但浮点数的尾数用原码定点小数表示

# 补码特性 - 模运算 (modular运算)

重要概念：在一个模运算系统中，一个数与它除以“模”后的余数等价。

时钟是一种模12系统 ( $0 \equiv 12 \equiv 24 \equiv 36$ ,  $3 \equiv 15$ ,  $6 \equiv 18$ )

假定钟表时针指向10点，要将它拨向6点，则有两种拨法：

① 倒拨4格： $10 - 4 = 6$

② 顺拨8格： $10 + 8 = 18 \equiv 6 \pmod{12}$

模12系统中： $10 - 4 \equiv 10 + 8 \pmod{12}$

$-4 \equiv 8 \pmod{12}$

则，称8是-4对模12的补码（即：-4的模12补码等于8）。

同样有  $-3 \equiv 9 \pmod{12}$

$-5 \equiv 7 \pmod{12}$  等

（正数的补码就是它自己）

结论1：一个负数的补码等于模减该负数的绝对值。

结论2：对于某一确定的模，某数减去小于模的另一数(4)，总可以用该数加上另一数的相反数(-4)的补码来代替。

补码 (modular运算)：+ 和- 的统一

# 模运算系统例子：利用负数的补码

## 例1：“钟表”模运算系统

假定时针只能顺拨，从10点倒拨5格后是几点？

$$10 - 5 \equiv 10 + (12 - 5) = 10 + 7 \equiv 5 \pmod{12}$$

## 例2：“4位十进制数”模运算系统

假定算盘只有四档，且只能做加法，则在算盘上计算  
9028-1713等于多少？

$$9028 - 1713 \equiv 9028 + (10^4 - 1713)$$

$$= 9028 + 8287$$

$$= \boxed{1}7315$$

$$\equiv 7315 \pmod{10^4}$$

(超过模10000的部分被丢弃)

只有低4位留在算盘上。

# 计算机中的运算器是模运算系统 (有限位数)

暂时无需区分符号位和数值位

8位二进制加法器模运算系统

模是多少？  $2^8$

计算  $0111\ 1111 - 0100\ 0000 = ?$

$$0111\ 1111 + (-0100\ 0000) = 0111\ 1111 + (2^8 - 0100\ 0000)$$

$$= 0111\ 1111 + 1100\ 0000 = \boxed{1}0011\ 1111 \pmod{2^8}$$

$$= 0011\ 1111$$

*week 1*

只留8位余数，1被丢弃

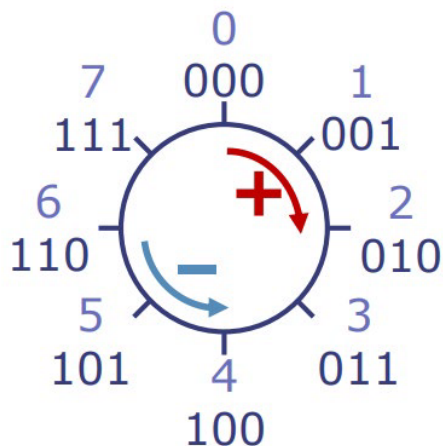
结论：一个负数的补码等于对应正数（该负数的绝对值）  
的“各位取反、末位加1”

也就是说：并不会真的用减法去计算  $(2^8 - 0100\ 0000)$

# 运算器是模运算系统（负数去哪了？）

注意：计算机中运算器只有有限位。假定为n位，则运算结果只能保留低n位，其模为 $2^n$ 。

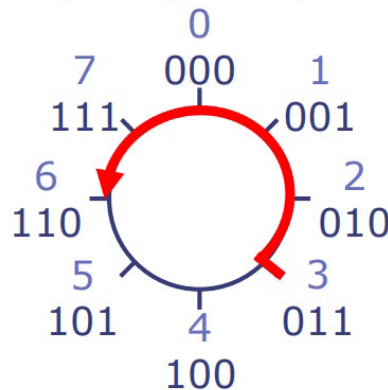
模为 $2^3$



$$-2 \equiv 6 \pmod{8}$$

结果到底是  
-2 还是 6呢？

Example:  $(3 - 5) \bmod 2^3$  ?



0~7

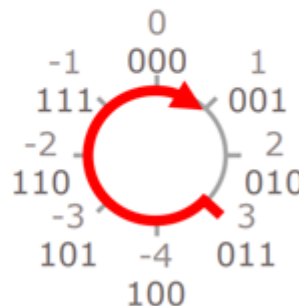
用三位二进制模运算，计算3-2

3: 011  
2: 010  
-2: 110

$$\begin{array}{r} 011 \\ + 110 \\ \hline 1001 \end{array}$$

保留三位

这个1意味着什么？



跨越了0位置

0123  
-4  
-3  
-2  
-1

# 补码的完整定义

此时区分符号位和数值位

**补码的定义** 假定补码（机器数）有 $n$ 位，则：

**定点整数：** $[X]_{\text{补}} = 2^n + X \quad (-2^{n-1} \leq X < 2^{n-1}, \text{ mod } 2^n)$

注：计算机中并不使用补码表示定点小数，略

4位中最高位即为符号位

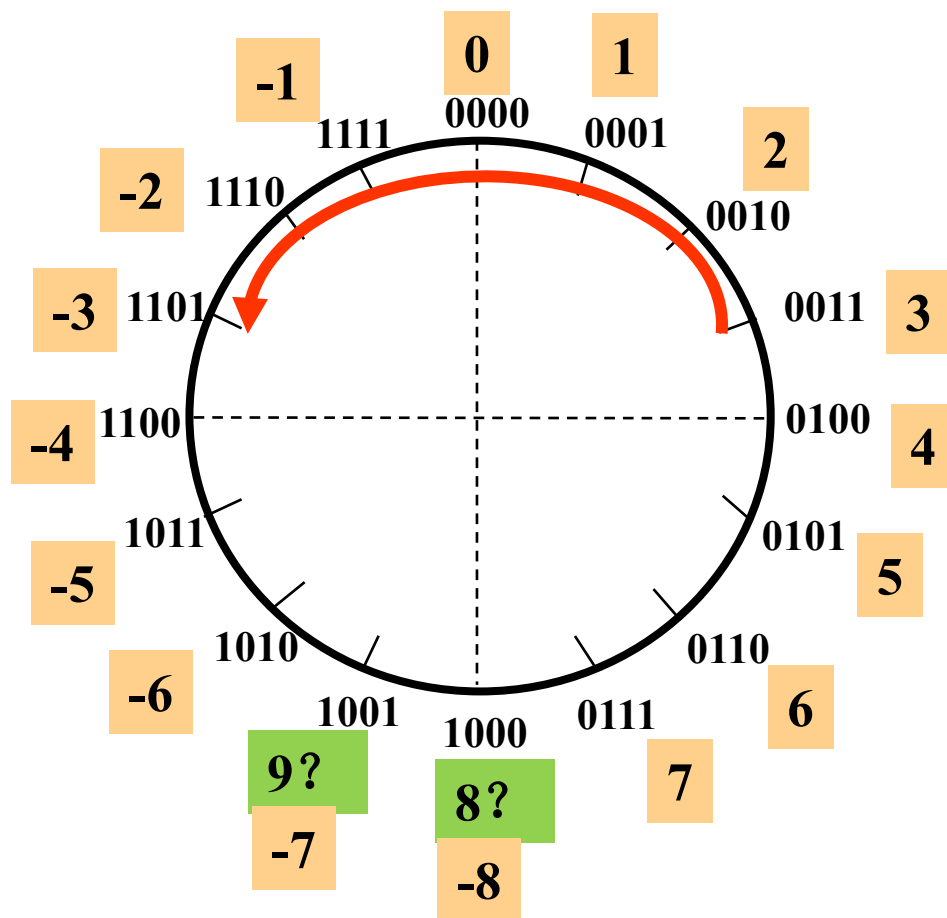
1代表负数  
0代表正数

当 $n=4$ 时，共有16个机器数：

0000 ~ 1111，可看成是模为 $2^4$ 的钟表系统。

真值的范围为  $-8 \sim +7$

$$\begin{array}{rcl} 3: & 0011 & \\ 6: & 0110 & \\ -6: & 1010 & \\ & + & \\ & \hline & 1101 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 3-6 = 3 + [-6]_{\text{补}} \\ \phantom{3-6 = 3 + } 0011 \\ \phantom{3-6 = 3 + } 1010 \\ \hline \phantom{3-6 = 3 + } 1101 \end{array}$$





# 求特殊数的补码

假定机器数有n位，且只有1位是符号位

——也就是一个补码包括1位符号位和n-1位数值位

$$[X]_{\text{补}} = 2^n + X \quad (-2^{n-1} \leq X < 2^{n-1}, \text{ mod } 2^n)$$

$$\textcircled{1} [-2^{n-1}]_{\text{补}} = 2^n - 2^{n-1} = 10\dots 0 \text{ (n-1个0)} \quad (\text{mod } 2^n)$$

$$\textcircled{2} [-1]_{\text{补}} = 2^n - 0\dots 01 = 11\dots 1 \text{ (n个1)} \quad (\text{mod } 2^n)$$

$$\textcircled{3} [+0]_{\text{补}} = [-0]_{\text{补}} = 00\dots 0 \text{ (n个0)}$$

# 求一般数的补码——通用方法，简便转换

例：设机器数有8位，求123和-123的补码表示。

如何快速得到123的二进制表示？

解：123 = 127 - 4 = 01111111B - 100B = 01111011B

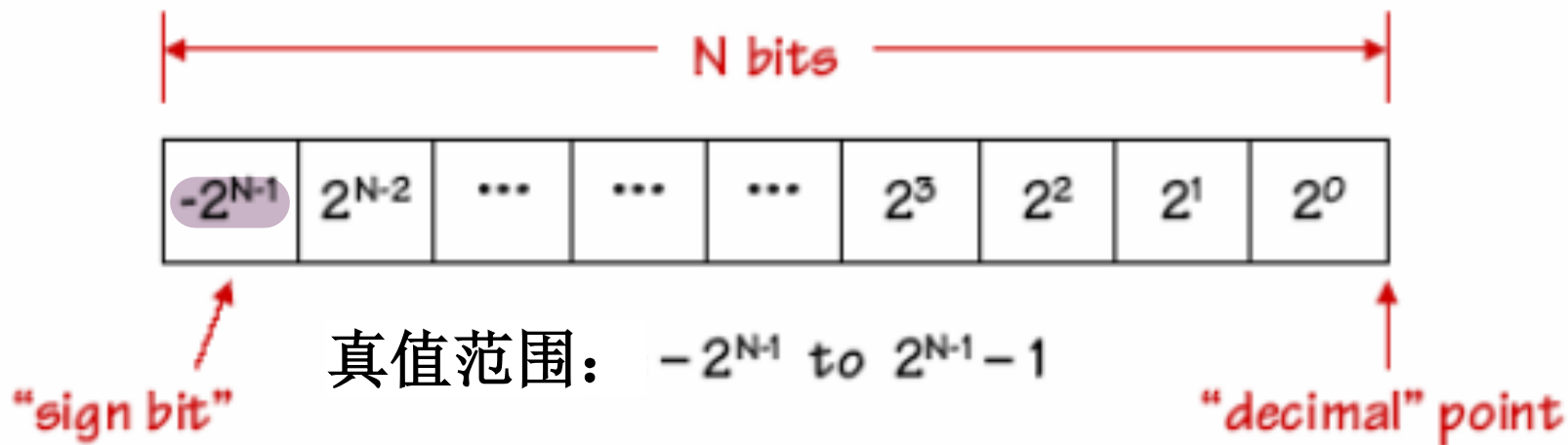
-123 = - 01111011B

$$\begin{aligned} [+01111011]_{\text{补}} &= 2^8 + 01111011 = 100000000 + 01111011 \\ &= \mathbf{0}1111011 \pmod{2^8}, \text{ 即 } 7\text{BH}。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [-01111011]_{\text{补}} &= 2^8 - 01111011 = 10000\ 0000 - \mathbf{0111\ 1011} \\ &= 1111\ 1111 - 0111\ 1011 + 1 \\ &= 1000\ 0100 + 1 \quad \leftarrow \text{各位取反，末位加1} \\ &= \mathbf{1}000\ 0101, \text{ 即 } 85\text{H}。 \end{aligned}$$

# \* 求补码的真值——通用方法，简便转换

根据补码各位上的“权”求补码的值



8-bit 2's complement example:

$$11010110 = -2^7 + 2^6 + 2^4 + 2^2 + 2^1 = -128 + 64 + 16 + 4 + 2 = -42$$

符号为0，则为正数，数值部分相同

符号为1，则为负数，数值各位取反，末位加1

例如：补码 “11010110”的真值为：  $-0101010 = -(32+8+2) = -42$

# 补码的总结，变形补码

- ◆ 正数：符号位（sign bit）为0，数值部分不变
- ◆ 负数：符号位为1，数值部分“各位取反，末位加1”

**变形（模4）补码：双符号，用于存放可溢出的中间结果。**

	Decimal	补码	变形补码	Decimal	Bitwise Inverse	补码	变形补码
+0和-0 表示 唯一	0	0000	00000	-0	1111	0000	00000
	1	0001	00001	-1	1110	1111	11111
	2	0010	00010	-2	1101	1110	11110
	3	0011	00011	-3	1100	1101	11101
	4	0100	00100	-4	1011	1100	11100
	5	0101	00101	-5	1010	1011	11011
	6	0110	00110	-6	1001	1010	11010
	7	0111	00111	-7	1000	1001	11001
	8	1000	01000	-8	0111	1000	11000

值太大，用4位补码无法表示，故“溢出”！但用变形补码可保留符号位和最高数值位。

# Excess (biased) notion- 移码表示

- 什么是“excess (biased) notation-移码表示”？

将每一个数值加上一个偏置常数 ( Excess / bias)

- 一般来说，当机器数（编码）位数为 $n$ 时，bias取 $2^{n-1}$

假设 $n=4$ :  $E_{\text{biased}} = E + 2^3$  ( bias=  $2^3 = 1000\text{B}$  )

$$[X]_{\text{补}} = 2^4 + X$$

-8 (+8) ~ 0000B

0的移码表示唯一

-7 (+8) ~ 0001B

此时移码和补码仅第一位正好相反

...

0 (+8) ~ 1000B

移码里面不存在符号位的概念

...

+7 (+8) ~ 1111B

移码主要用来表示浮点数阶码——为了简化浮点数的编码和计算

# 归纳1: Signed integer (带符号整数)

- ◆ 计算机必须能处理正数(positive) 和负数(negative), 包含符号位
- ◆ 有三种定点编码方式 (注意! 不包括移码! )
  - Signed magnitude (原码)  
现用来表示浮点 (实) 数的尾数
  - One's complement (反码)  
现已不用于表示数值数据
  - Two's complement (补码)  
50年代以来, 所有计算机都用补码来表示定点整数
- ◆ 为什么用补码表示带符号整数?
  - 补码运算系统是模运算系统, 加、减运算统一
  - 数0的表示唯一, 方便使用
  - 比原码多表示一个最小负数 (提示: 原码+0和-0不一样)
  - 与移码相比, 其符号位和真值的符号对应关系更直接

## 归纳2: Unsigned integer(无符号整数)

- ◆ 一般在全部是正数运算且不出现负值结果的情况下，可使用无符号数表示。例如，地址运算，编号表示，等等
- ◆ 无符号数的编码中**没有符号位，也无需使用原码补码移码**
- ◆ 能表示的最大值 > 位数相同的带符号整数的最大值
  - 例如，8位无符号整数最大是255 (1111 1111)  $2^8 - 1$   
而8位带符号整数最大为127 (0111 1111)  $2^{8-1} - 1$
- ◆ 总是整数，所以很多时候就**简称为“无符号数”**

# 不同类型数值的相互转换

例：在**32位机器**上输出si, usi, i, ui的十进制（真值）和十六进制值（机器数）是什么？

16位带符号数 `short si = -32768;`

16位无符号数 `unsigned short usi = si;`

32位带符号数 `int i = si;`

32位无符号数 `unsigned ui = usi;`

提示：

$32768 = 2^{15}$

$= 1000\ 0000\ 0000\ 0000B$

Short表数范围是

$-2^{15} \sim 2^{15}-1$

si = -32768

usi = 32768

i = -32768

ui = 32768

80 00

80 00

FF FF 80 00

00 00 80 00

16进制机器数

机器数不变，但真值变了

16位带符号数 → 32位带符号数

16位无符号数 → 32位无符号数

真值

现象：

带符号整数：符号扩展

无符号整数：0扩展

注意：这里每一次赋值都是CPU执行指令而完成的“运算”，所以总能做正确的事



原码

补码

移码

定点整数 { 无符号整数 二进制  
带符号整数 补码

小数？ 实数？

# 科学计数法(Scientific Notation)与浮点数

十进制的例子:

*mantissa* (尾数)  $\rightarrow$  6.02  $\times$  10<sup>21</sup>  $\leftarrow$  *exponent* (指数)  
 $\nwarrow$  *decimal point*  $\swarrow$  *radix* (base, 基)

- **Normalized form (规格化形式)**: 尾数的小数点前只有一位非0数
- 同一个数有多种表示形式。例: 对于数 1/1,000,000,000
  - Normalized (唯一的规格化形式):  $1.0 \times 10^{-9}$
  - Unnormalized (非规格化形式不唯一):  $0.1 \times 10^{-8}$ ,  $10.0 \times 10^{-10}$

二进制的科学计数法表示:

*mantissa* (尾数)  $\rightarrow$  0.101<sub>two</sub>  $\times$  2<sup>-10</sup>  $\leftarrow$  *exponent* (指数)  
 $\nwarrow$  *binary point*  $\swarrow$  基为2

只要对尾数和指数分别编码, 就可表示一个浮点数 (即: 实数)

# 浮点数(Floating Point)的第1个例子

例：画出下述格式的规格化数的表示范围。规定如下（注意三种颜色）：



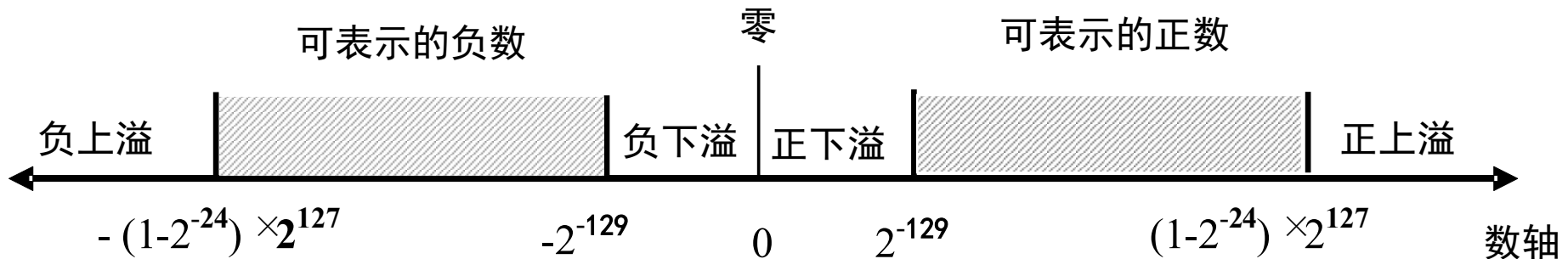
是一个32位浮点数，其中：第0位数符S；第1~8位为8位移码表示阶码E（偏置常数为128）；第9~31位为24位二进制原码小数表示的尾数M。

规格化要求尾数必须是0.1xxxx形式（小数点后第一位总是1），且约定第一位默认的“1”不明显表示出来。最终就用23个数位表示24位尾数。

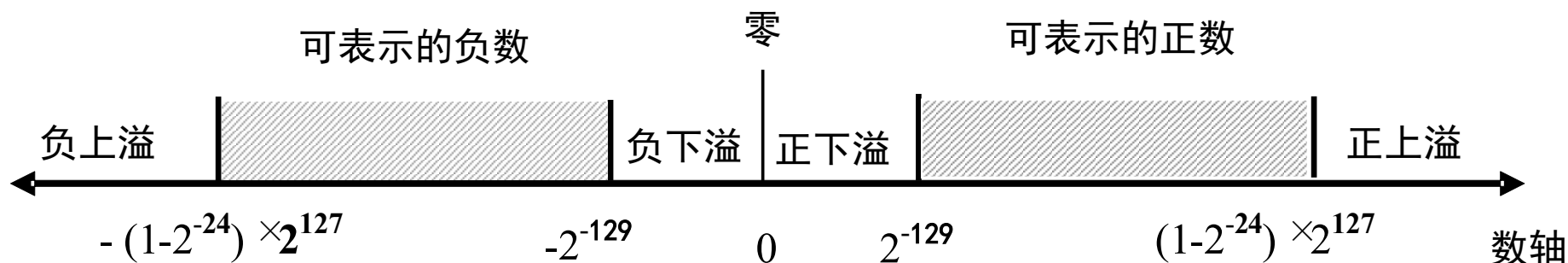
最大正数：0.11...1  $\times 2^{11...1-128}$  对应真值  $(1-2^{-24}) \times 2^{127}$

最小正数：0.10...0  $\times 2^{00...0-128}$  对应真值  $(1/2) \times 2^{-128}$

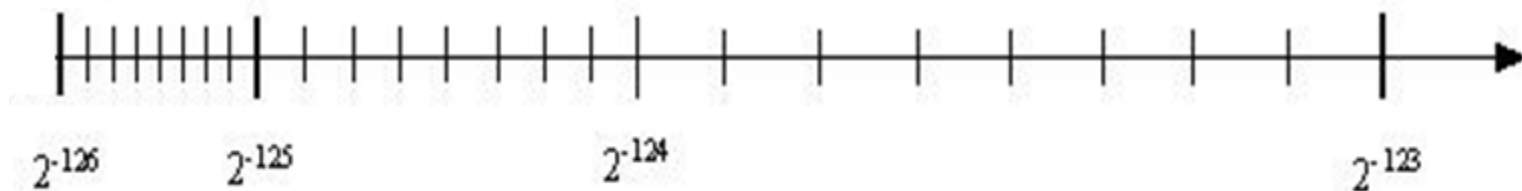
因为原码是对称的，所以其表示范围关于原点对称。



# 浮点数(Floating Point)的第1个例子（续）



- ◆ 机器0：尾数为0 或 落在下溢区中的数
- ◆ 浮点数范围比定点数大，但数的个数没变多，故数之间更稀疏且不均匀，也不连续（比如第二小的正数是  $0.10\cdots\cdots1 \times 2^{0\cdots\cdots 0-128}$ ）

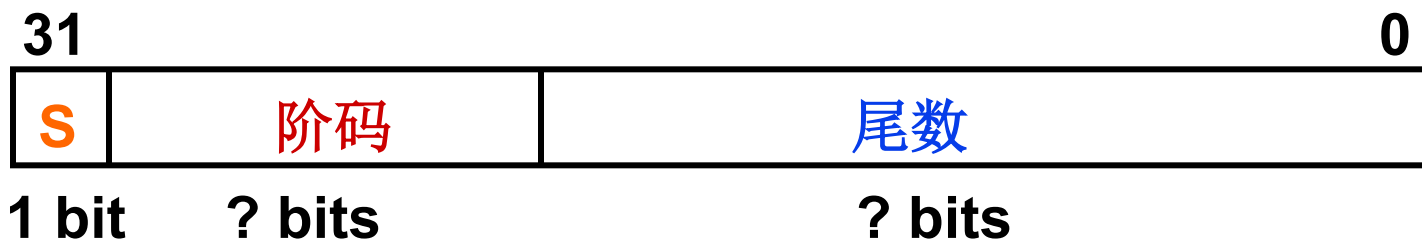


# 浮点数还能怎么表示？

- Normal format（规格化数形式）：

$$+/-1.\text{xxxxxxxxxx} \times 2^{\text{Exponent-?}}$$

- 32-bit 规格化数：



**S** 是符号位（Sign）

**阶码**用移码来表示（Exponent）

**尾数**表示 **xxxxxxxxxx**，不含尾数部分小数点前面的1

- 早期的计算机，各自定义自己的浮点数格式

**问题：浮点数表示不统一会带来什么问题？**

规定：小数点前总是“1”，故可隐含表示

注意：和前面例子的规定不太一样，这里更合理（多表示了一位尾数的有效数字）

# “Father” of the IEEE 754 standard

直到80年代初，各个机器内部的浮点数表示格式还没有统一  
因而相互不兼容，机器之间传送数据时，带来麻烦

1970年代后期，IEEE成立委员会着手制定浮点数标准

1985年完成浮点数标准IEEE 754的制定

现在所有计算机都采用IEEE 754来表示浮点数

This standard was primarily the work of one person, UC Berkeley math professor William Kahan.



[www.cs.berkeley.edu/~wkahan/ieee754status/754story.html](http://www.cs.berkeley.edu/~wkahan/ieee754status/754story.html)



**Prof. William Kahan**

# IEEE 754 浮点数标准

规格化数:  $+/-1.\text{xxxxxxxxxx}_{\text{two}} \times 2^{\text{Exponent}-127}$

Single Precision单精度: (双精度Double Precision 类似)

S	Exponent	Significand
1 bit	8 bits	23 bits

- S (符号位): 1 表示negative ; 0表示 positive
- Exponent (阶码-机器数) : 对应的是“指数”-真值
  - SP规格化数阶码范围为0000 0001 (-126) ~ 1111 1110 (127)
  - 是移码, 偏置常数为127 (single)
- Significand (尾数) : 是原码
  - 规格化尾数最高位总是1, 所以隐含表示, 省1位
  - 1 + 23 bits (single)

全0和全1用来表示特殊值  
0      ∞

SP:  $(-1)^S \times (1 + \text{Significand}) \times 2^{(\text{Exponent}-127)}$

# 例：二进制浮点数转换为十进制真值

**BEE00000H** 是一个 IEEE 754 单精度浮点数的机器数表示



$$(-1)^S \times (1 + \text{Significand}) \times 2^{(\text{Exponent}-127)}$$

- **Sign:** 1 => negative
- **Exponent:**
  - $0111\ 1101_{\text{two}} = 125_{\text{ten}}$
  - 按偏置常数计算真实指数:  $125 - 127 = -2$
- **Significand:**
  - $1 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 0 \times 2^{-4} + 0 \times 2^{-5} + \dots$
  - $= 1 + 2^{-1} + 2^{-2} = 1 + 0.5 + 0.25 = 1.75$
- **真值:**  $-1.75_{\text{ten}} \times 2^{-2} = -0.4375$



# 例：十进制真值转换为二进制浮点数

**-12.75**

1. 初始真值: -12.75

2. 整数部分转换:

$$12 = 8 + 4 = 1100_2$$

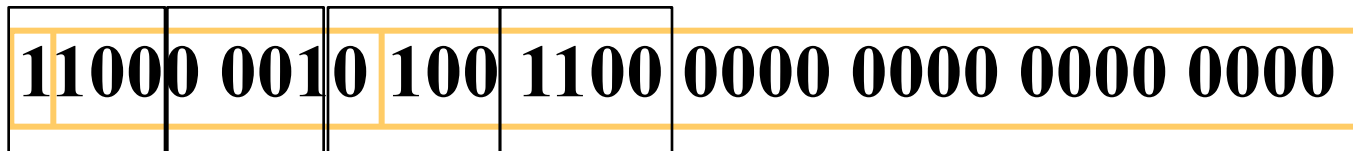
3. 小数部分转换:

$$.75 = .5 + .25 = .11_2$$

4. 规格化:

$$1100.11 = 1.10011 \times 2^3$$

5. 阶码计算:  $127 + 3 = 128 + 2 = 1000\ 0010_2$



最终浮点数的16进制表示为: **C14C0000H**

# Normalized numbers (规格化数)

前面的定义都是针对规格化数 (normalized form)

How about other patterns?

Exponent	Significand	Object
<b>1-254</b>	<b>anything</b>	<b>Norms</b>
	<b>implicit leading 1</b>	
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>?</b>
<b>0</b>	<b>nonzero</b>	<b>?</b>
<b>255</b>	<b>0</b>	<b>?</b>
<b>255</b>	<b>nonzero</b>	<b>?</b>

0000 0000	非零或全零
-----------	-------

1111 1111	非零或全零
-----------	-------

# 怎么表示0?

**exponent:** 全0

**significand:** 全0

**sign?** 1和0都行

**+0:** 0 00000000 000000000000000000000000000000000000

**-0:** 1 00000000 000000000000000000000000000000000000

# 怎么表示 $+\infty/-\infty$ ?

$\infty$  : infinity

浮点数

In FP, 除数为0的结果是  $\pm\infty$ , 不是溢出异常. (整数除0为异常)

为什么要这样处理?

- 可以利用 $+\infty/-\infty$ 作比较。 例如:  $X/0 > Y$ 可作为有效比较

$+\infty/-\infty$ 的表示:

- **Exponent** : 全1(11111111B = 255)

- **Significand**: 全0

**$+\infty$**  : 0 11111111 00000000000000000000000000000000

**$-\infty$**  : 1 11111111 00000000000000000000000000000000

可能的运算:

$$5.0 / 0 = +\infty, \quad -5.0 / 0 = -\infty$$

$$5 + (+\infty) = +\infty, \quad (+\infty) + (+\infty) = +\infty$$

$$5 - (+\infty) = -\infty, \quad (-\infty) - (+\infty) = -\infty \quad \text{etc}$$

# 怎么表示非数 (“Not a Number”) ?

$\text{Sqrt}(-4.0) = ?$        $0/0 = ?$

- Called **Not a Number (NaN)** - “非数”

NaN的表示:

**Exponent** = 255

**Significand**: 任意非0值

**NaNs** 对编程调试有帮助

可能的运算:

$\text{sqrt}(-4.0) = \text{NaN}$

$\text{op}(\text{NaN}, x) = \text{NaN}$

$+\infty - (+\infty) = \text{NaN}$

etc.

$0/0 = \text{NaN}$

$+\infty + (-\infty) = \text{NaN}$

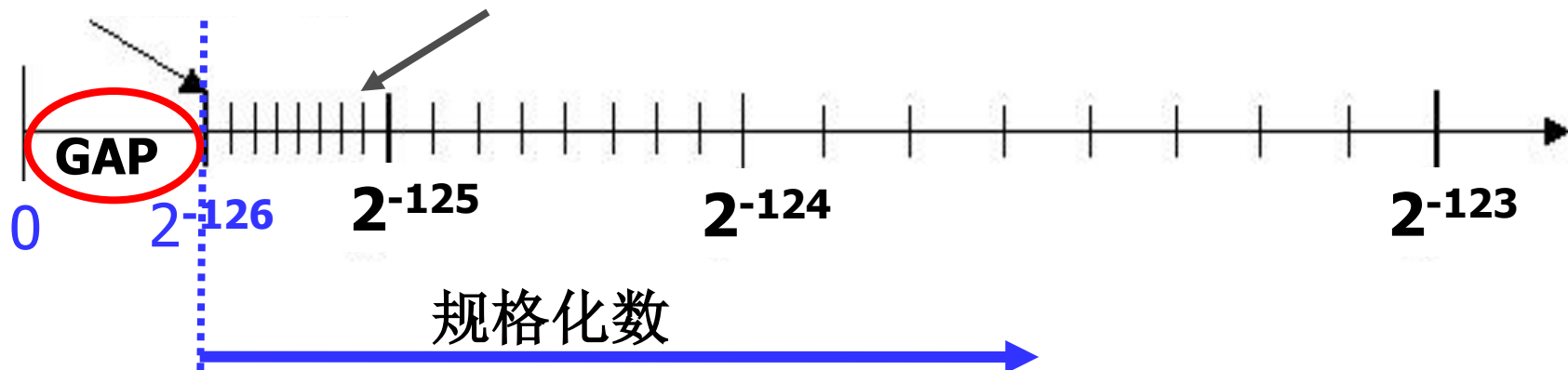
$\infty/\infty = \text{NaN}$

# 怎么表示Denorms(非规格化数)

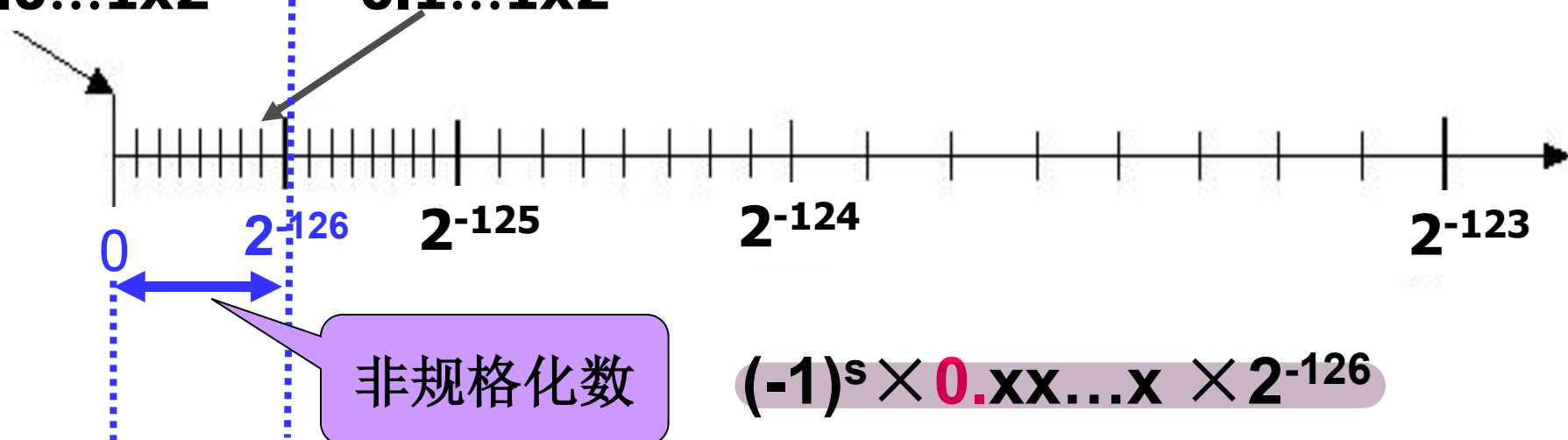
Exponent	Significand	Object
1-254	anything implicit leading 1	规格化数
0	0	+/-0
0	nonzero	非规格化数
255	0	+/- $\infty$
255	nonzero	NaN非数

# 非规格化数的表示

$1.0...0 \times 2^{-126} \sim 1.1...1 \times 2^{-126}$



$0.0...1 \times 2^{-126} \sim 0.1...1 \times 2^{-126}$



$$(-1)^s \times 0.xx...x \times 2^{-126}$$

Exponent : 全0

Significand: 任意非0值

# IEEE 754表示的一些问题

## ◆ 表数范围？

单精度可表示最大正数:  $+1.11...1 \times 2^{127}$

约  $+3.4 \times 10^{38}$

双精度呢？

约  $+1.8 \times 10^{308}$

## ◆ 数据转换时可能发生的问题？ i是32位补码，f是float，d是double

i 和 (int) ((float) i) 不一定相等（尾数23+1）（int是32位）

i 和 (int) ((double) i) 相等（尾数52+1）

f 和 (float) ((int) f) 不一定相等

d 和 (double) ((int) d) 不一定相等

## ◆ FP参与加法时的不同计算顺序可能带来的问题？

$x = -1.5 \times 10^{38}$ ,  $y = 1.5 \times 10^{38}$ ,  $z = 1.0$

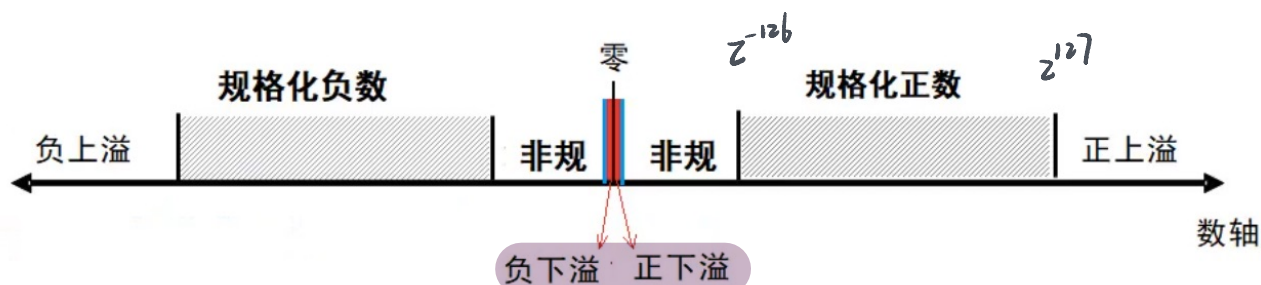
$(x+y)+z = (-1.5 \times 10^{38} + 1.5 \times 10^{38}) + 1.0 = 1.0$

$x+(y+z) = -1.5 \times 10^{38} + (1.5 \times 10^{38} + 1.0) = 0.0$



# 最后归纳：浮点数的范围和精度

- ◆ 原码、补码的表数范围：
  - 和机器数中除符号位之外的数值位的位数有关
- ◆ 浮点数的范围
  - 主要与阶码的范围有关
- ◆ 浮点数的精度
  - 与尾数的位数和如何规格化有关



# \* 用BCD码表示十进制数

- ◆ 编码思想：每个十进数位（0-9）至少有4位二进制表示。而4位二进制位可组合成16种状态，去掉10种状态后还有6种冗余状态。
- ◆ 编码方案（注：可以额外用专门的四位编码表示正负号，不过很少用）

## 1. 十进制有权码

- 每个十进制数字的4个二进制位（称为基2码）都有确定的权。
- 8421码是最常用的十进制有权码。也称自然BCD（NBCD）码。

## 2. 十进制无权码

从0000-0101表示0-9

- 每个十进制数位的4个基2码没有确定的权。
- 用的较多的是余3码和格雷码。
- 余3码：由8421码加上0011形成。当两个十进制数字之和是10时，和的二进制编码值正好是16，而且0和9，1和8，...，5和4的余3码互为反码（各二进制位都相反）。
- 格雷码（Gray Code）：任意两个相邻的编码只有一位二进制位不同。格雷码有多种编码形式。

## 3. 其他编码方案（5中取2码、独热码等）

原码

补码

移码

定点整数 { 无符号整数 二进制  
带符号整数 补码

浮点数(IEEE754)

{ 尾数 (原码) 定点小数  
阶码 (移码)

十进制数Decimal ○ BCD (Binary coded Decimal) 码

补充说明：补码可以表示小数，原码可以表示整数，浮点数也可以有各种编码方式。但考虑到兼容性、合理性等，统一采用了相对最优的编码方案。

• 四位二进制1001B（不含符号位）、十六进制9H

——对应真值+9

• 四位原码（含1位符号位） $\overline{1}00\overline{1}$

——对应真值-1

• 四位补码（含1位符号位） $\overline{1}00\overline{1}$

——对应真值-7

• 8421码 1001 ——对应真值+9

10在计算机中有几种可能的表示？

——原码，补码，无符号数，浮点数，BCD码

-10呢？

——原码，补码，浮点数，BCD码

# 回顾和补充（关于原码，默认1位符号位）

定点整数（8位原码）

0001 1000B    11000B

1001 1000B    -11000B

定点小数（8位原码）

0001 1000B    0.0011B

1001 1000B    -0.0011B

如果是浮点数尾数，那么一定是原码定点小数  
其对应真值还要看规格化的要求

假设规格化要求是——小数点前有且只有一个1

0001 1000B    1.0011B

1001 1000B    -1.0011B

编译、汇编的过程将真值转换为机器数

执行指令时可判断所拿到的机器数属于哪种类型

# 第三讲小结

- ◆ 在机器内部编码后的数称为机器数，其值称为真值
- ◆ 定义数值数据有三个要素：进制、定点/浮点、编码
- ◆ 整数的表示
  - 无符号数：正整数，用来表示地址等；带符号整数：用补码表示
- ◆ 浮点数的表示
  - 符号；尾数：定点小数；指数（阶）：定点整数（基不用表示）
- ◆ 浮点数的范围
  - 正上溢、正下溢、负上溢、负下溢；与阶码的位数和基的大小有关
- ◆ 浮点数的精度：与尾数的位数和是否规格化有关
- ◆ 浮点数的表示（IEEE 754标准）：单精度SP（float）和双精度DP（double）
  - 规格化数(SP)：阶码1~254，尾数最高位隐含为1
  - “零”（阶为全0，尾为全0）
  - $\infty$ （阶为全1，尾为全0）
  - NaN（阶为全1，尾为非0）
  - 非规格化数（阶为全0，尾为非0，隐藏位为0）
- ◆ 十进制数的二进制表示（BCD码）
  - 有权BCD码（8421码）、无权BCD码（余3码、格雷码等）

# 第四讲 非数值数据、数据的排列和存储

## 主 要 内 容

- ◆非数值数据的表示
  - 逻辑数据、西文字符、汉字
- ◆数据的宽度
- ◆数据的存储排列
  - 大端方式、小端方式

# \* 逻辑数据的编码表示

## ◆ 表示

- 用一位表示。例如，真：1 / 假：0
- N位二进制数可表示N个逻辑数据，或一个位串

## ◆ 运算

- 按位进行
- 如：

0101	0101		
1001	1001	0101	0101
0001	1101	1010	0010

## ◆ 识别

- 逻辑数据和数值数据在形式上并无差别，也是一串0/1序列，使用时靠指令来识别。

## ◆ 位串

- 用来表示若干个状态位或控制位（OS中使用较多）



# \* 西文字符的编码表示

## ◆ 特点

- 是一种拼音文字，用有限几个字母可拼写出所有单词
- 只对有限个字母和数学符号、标点符号等辅助字符编码
- 所有字符总数不超过256个，使用7或8个二进位可表示

## ◆ 表示 (常用编码为7位ASCII码)

- 十进制数字：0/1/2.../9
  - 英文字母：A/B/.../Z/a/b/.../z
  - 专用符号：+/-/%/\*/&/.....
  - 控制字符（不可打印或显示）
- } 了解对应的ASCII码！

## ◆ 操作

- 字符串操作，如：传送/比较 等

ASCII 码表

	$b_6b_5b_4$ =000	$b_6b_5b_4$ =001	$b_6b_5b_4$ =010	$b_6b_5b_4$ =011	$b_6b_5b_4$ =100	$b_6b_5b_4$ =101	$b_6b_5b_4$ =110	$b_6b_5b_4$ =111
$b_3b_2b_1b_0=0000$	NUL	DLE	SP	0	@	P	`	p
$b_3b_2b_1b_0=0001$	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
$b_3b_2b_1b_0=0010$	STX	DC2	“	2	B	R	b	r
$b_3b_2b_1b_0=0011$	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
$b_3b_2b_1b_0=0100$	EOT	DC4	\$	4	D	T	d	t
$b_3b_2b_1b_0=0101$	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
$b_3b_2b_1b_0=0110$	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
$b_3b_2b_1b_0=0111$	BEL	ETB	‘	7	G	W	g	w
$b_3b_2b_1b_0=1000$	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
$b_3b_2b_1b_0=1001$	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
$b_3b_2b_1b_0=1010$	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
$b_3b_2b_1b_0=1011$	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
$b_3b_2b_1b_0=1100$	FF	FS	,	<	L	\	l	
$b_3b_2b_1b_0=1101$	CR	GS	-	=	M	]	m	}
$b_3b_2b_1b_0=1110$	SO	RS	.	>	N	^	n	~
$b_3b_2b_1b_0=1111$	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

# \* 汉字及国际字符的编码表示

## ◆ 特点

- 汉字是表意文字，一个字就是一个方块图形。
- 汉字数量巨大，总数超过6万字，给汉字在计算机内部的表示、汉字的传输与交换、汉字的输入和输出等带来了一系列问题。

## ◆ 编码形式

- 有以下几种汉字代码：
- 输入码：对汉字用键盘按键进行编码表示，用于输入 键盘组合
- 内码：用于在系统中进行存储、查找、传送等处理
- 字模点阵码或轮廓描述：描述汉字字模的点阵或轮廓，用于输出

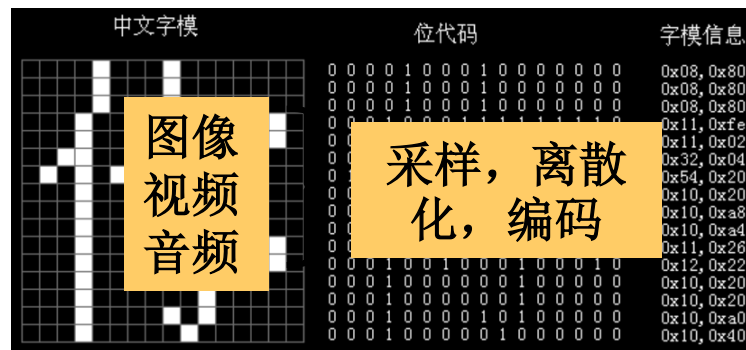
问题：西文字符有没有输入码？<sup>✓</sup> 有没有内码？<sup>✓</sup> ASCII  
有没有字模点阵或轮廓描述？<sup>✓</sup>

# \* 汉字内码、字模点阵码(轮廓描述)

- ◆ 至少需16位二进制才能表示一个汉字内码。为什么？  $2^{16}=65536$ 
  - 由汉字的总数决定！
- ◆ 可在GB2312国标码的基础上产生汉字内码
  - 为与ASCII码区别，将国标码的两个字节的第一位置“1”后得到一种汉字内码

- 
- ◆ 为便于打印、显示汉字，汉字字形必须预先存在机内
    - 字库 (font): 所有汉字形状的描述信息集合
    - 不同字体 (如宋体、仿宋、楷体、黑体等) 对应不同字库
    - 从字库中找到字形描述信息，然后送设备输出
- 通过汉字内码，可以确定其在字库中的位置，也就找到了字形信息

- ◆ 字形主要有两种描述方法：
  - 字模的点阵描述 (图像方式)
  - 字模的轮廓描述 (图形方式)
    - 直线向量轮廓
    - 曲线轮廓 (True Type字形)



# \* 数据的基本宽度（复习）

◆ 比特 (bit) 是计算机中处理、存储、传输信息的最小单位

◆ 字节 (Byte), 二进制信息的计量单位, 也称“位组”

- 1个字节=8个bit

- 现代存储器通常按字节编址

- 此时, 字节是最小可寻址单位  
(addressable unit)

地址编号	存储内容
$0_{10}$	0010 0110B
$1_{10}$	1010 1100B
.....	.....
$n_{10}$	1101 0011B

◆ 字 (word) 也经常用来作为数据的长度单位

- 1个字一般来说是16个bit 2个字节

# “字”（数据的宽度）和“字长”

- ◆ “字”和“字长”的概念不同

- “字长”指定点运算数据通路的宽度。

(CPU内部有进行数据运算、存储和传送的部件，这些部件的宽度基本上要一致，才能相互匹配。因此，“字长”等于CPU内部定点运算部件的位数、通用寄存器的宽度等——学到后面章节就更明白了)

- “字”表示被处理信息的单位，用来度量数据类型的宽度。
- 字和字长的宽度可以一样，也可不同。

例如，x86体系结构定义“字”的宽度一直都是16位

但从386开始字长就是32位了。

再比如：IA-32的字长肯定是32位，

但是“字” 16位，双字DWORD：32位等（都是数据的宽度单位）

# \* 数据量的度量单位

◆ 存储二进制信息时的度量单位要比字节或字大得多

◆ 主存容量经常使用的单位，如：

- “千字节” (KB),  $1\text{KB}=2^{10}\text{字节}=1024\text{B}$
- “兆字节” (MB),  $1\text{MB}=2^{20}\text{字节}=1024\text{KB}$
- “千兆字节” (GB),  $1\text{GB}=2^{30}\text{字节}=1024\text{MB}$
- “兆兆字节” (TB),  $1\text{TB}=2^{40}\text{字节}=1024\text{GB}$

◆ 主频和带宽使用的单位，如：

- “千比特/秒” (kb/s),  $1\text{kbps}=10^3\text{ b/s}=1000\text{ bps}$
- “兆比特/秒” (Mb/s),  $1\text{Mbps}=10^6\text{ b/s}=1000\text{ kbps}$
- “千兆比特/秒” (Gb/s),  $1\text{Gbps}=10^9\text{ b/s}=1000\text{ Mbps}$
- “兆兆比特/秒” (Tb/s),  $1\text{Tbps}=10^{12}\text{ b/s}=1000\text{ Gbps}$

# \* 数据量的度量单位

## ◆ 硬盘和文件使用的单位

- 不同的硬盘制造商和操作系统用不同的度量方式，因而比较混乱
- 为避免歧义，国际电工委员会（IEC）给出了二进制前缀字母定义，可用不同的前缀表示所采用的度量方式

十进制前缀			IEC 定义的二进制前缀			值差 (%)
单词	前缀	值	单词	前缀	值	
kilobyte	KB/kB	$10^3$	kibibyte	KiB	$2^{10}$	2%
megabyte	MB	$10^6$	mebibyte	MiB	$2^{20}$	5%
gigabyte	GB	$10^9$	gibibyte	GiB	$2^{30}$	7%
terabyte	TB	$10^{12}$	tebibyte	TiB	$2^{40}$	10%
petabyte	PB	$10^{15}$	pebibyte	PiB	$2^{50}$	13%
exabyte	EB	$10^{18}$	exbibyte	EiB	$2^{60}$	15%
zettabyte	ZB	$10^{21}$	zebibyte	ZiB	$2^{70}$	18%
yottabyte	YB	$10^{24}$	yobibyte	YiB	$2^{80}$	21%



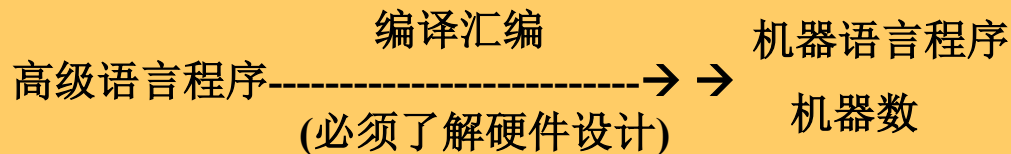
# 程序中数据类型的宽度

## C语言中数值数据类型的宽度 (单位: 字节)

C声明	典型32位 机器	<sup>64位</sup> Compaq Alpha 机器
char	1	1
short int	2	2
int	4	4
long int	4	8
(地址) char*	4	8
32位 float	4	4
64位 double	8	8

Compaq Alpha是64位机器, 即字长为64位

从表中看出: 同类型数据并不是所有机器都采用相同的宽度, 分配的字节数随机器字长和编译器的不同而不同。



# 数据（机器数）的存储和排列顺序

- ◆ 机器数的位排列顺序有两种方式：（例：32位字： $0\dots0101_2$ ）

- 高到低位从左到右：  
  
0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 1011
- 高到低位从右到左：  
  
1101 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000
- 用LSB(Least Significant Bit)来表示最低有效位
- 用MSB来表示最高有效位

# 数据（机器数）的存储和排列顺序

- ◆ 如果以字节为一个排列单位，则
- ◆ **LSB(Least Significant Byte)**表示最低有效字节
- ◆ **MSB**表示最高有效字节
- ◆ 80年代开始，几乎所有通用机器都用**字节编址**
- ◆ ISA设计时要考虑的两个问题：
  - 如何根据一个地址取到一个32位的字？ - **字的存放问题**
  - 一个字能否存放在任何地址边界？ - **字的边界对齐问题**
- ◆ 存放好之后，什么叫做【**数据的地址**】？
  - 【**连续若干单元中最小的编号**】（从小地址开始存放数据）
    - 若一个short型（16位）数据存放在单元0x0100和0x0101中
    - 那么它的地址是——0x0100
    - 它的值呢？

# 大端方式和小端方式

例如，若 32位int  $i = -65535$ ，其地址为内存100号单元（即占100#~103#），则用“取数”指令访问100号单元取出 $i$ 时，必须清楚 $i$ 的4个字节是如何存放的。

0000 0000 0000 0000 1111 1111 1111 1111

1111 1111 1111 1111 0000 0000 0000 0001

$65535 = 2^{16} - 1$

$[-65535]_{\text{补}} = \text{FFFF0001H}$

Word:

FF	FF	00	01
103	102	101	100
MSB			LSB
100	101	102	103

little endian word 100# 小端

big endian word 100# 大端

**大端方式 (Big Endian) : MSB所在的地址是数的地址**

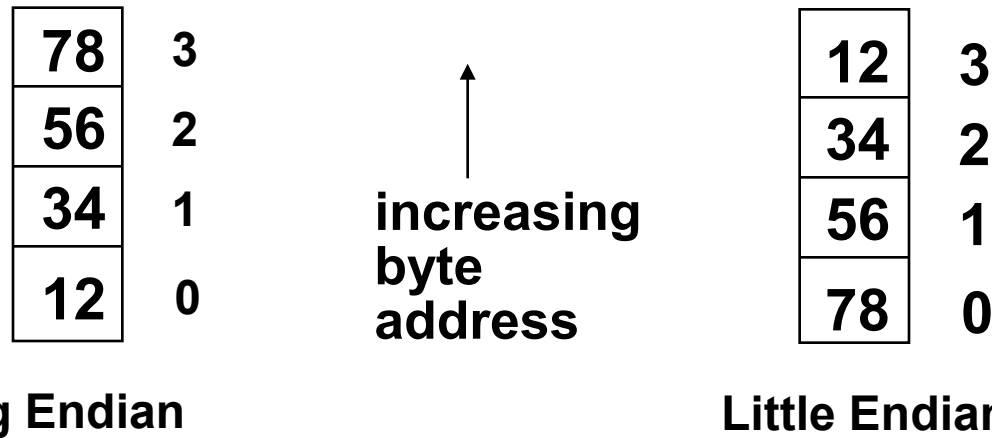
e.g. IBM 360/370, Motorola 68k, MIPS, Sparc, HP PA

**小端方式 (Little Endian) : LSB所在的地址是数的地址**

e.g. Intel 80x86, DEC VAX

有些机器两种方式都支持，可通过特定控制位来设定采用哪种方式。

# Byte Swap Problem (字节交换问题)



上述存放在0号单元的数据（占4个字节）是什么？ **12345678H**

存放方式不同的机器间程序移植或数据通信时需要进行顺序转换

音、视频和图像等文件格式或处理程序都涉及到字节顺序问题

**ex. Little endian: GIF, PC Paintbrush, Microsoft RTF, etc**

**Big endian: Adobe Photoshop, JPEG, MacPaint, etc**

# 第四讲小结

## ◆ 非数值数据的表示

- 逻辑数据用来表示真/假或N位位串，按位运算
- 西文字符：用ASCII码表示
- 汉字：汉字输入码、汉字内码、汉字字模码

## ◆ 数据的宽度

- 位、字节、字（不一定等于字长），k/K/M/G/...有不同的含义

## ◆ 数据的存储排列

- 数据的地址：连续若干单元中最小的地址，即：从小地址开始存放数据
  - 若一个short型（16位）数据si存放在单元0x0100和0x0101中，那么si的地址是什么——0x0100
- 大端方式：用MSB存放的地址表示数据的地址
- 小端方式：用LSB存放的地址表示数据的地址

# 本章作业

◆教材第1章习题:

◆3、4、5、6、9、12 (5) 、14、17

◆作业提交截止时间: 9月21号晚上24:00